

Sisteme liniare - metode iterative

March 25, 2020

Testul 1

Rezolvați sistemul:

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & -1 & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 5 & -1 & 0 & -1 & & \vdots \\ 0 & -1 & 5 & -1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & -1 & \ddots & -1 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & \dots & \ddots & 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & \dots & & -1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & \dots & & & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ \vdots \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

cu toate metodele iterative implementate. Luați $n = 500000$.

Testul 2

Fie n un număr par și matricea A de dimensiune $n \times n$, cu 3 pe diagonala principală, -1 pe super și subdiagonală (diagonalele -1 și 1) și $1/2$ în pozițiile $(i, n+1-i)$ (diagonala secundară) pentru orice $i = 1, \dots, n$, cu excepția lui $i = n/2$ și $n/2 + 1$. Pentru $n = 8$,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Definim vectorul $b = (2.5, 1.5, \dots, 1.5, 1.0, 1.0, 1.5, \dots, 1.5, 2.5)^T$; 1.5 se repetă de $n-4$ ori, iar 1.0 de două ori.

Rezolvați sistemul $Ax = b$ pentru $n = 100000$ folosind metodele Jacobi, Gauss-Seidel și SOR.

Testul 3

Să se rezolve sistemul $n \times n$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & \vdots \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ \vdots & & \ddots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

cu metodele Jacobi, Gauss-Seidel și SOR, pentru $n = 100$, cu o precizie de 10^{-6} .

Testul 4

Fie $n \in \mathbb{N}$ și $N = n^2$. Vom genera matricea A de dimensiune $N \times N$ astfel:

$$A = \begin{bmatrix} X & I & & & \\ I & X & I & & \\ & I & X & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & I \\ & & & I & X \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} -4 & 1 & & & \\ 1 & -4 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & 1 & \\ & & 1 & -4 & \end{bmatrix}.$$

Toate elementele care lipsesc sunt 0. X este o matrice $n \times n$. Fie $\mathbf{b} = \mathbf{A} * \mathbf{ones}(N, 1)$. Să se rezolve sistemul $Ax = b$ pentru $n = 200$ (deci un sistem de 40000×40000) cu metodele Jacobi, Gauss-Seidel și SOR.