

Calculul modelelor de atmosferă stelară

Proprietățile fizice ale atmosferelor stelare se pot explica pe baza modelelor de atmosferă. Un model de atmosferă trebuie să permită modelarea tuturor fenomenelor din atmosfera stelară:

- structura atmosferei: $T = T(x)$, $P = P(x)$, $\rho = \rho(x)$
- distribuția energiei în spectrul continuu, liniile și benzile spectrale
- fenomenul de întunecare spre margini.

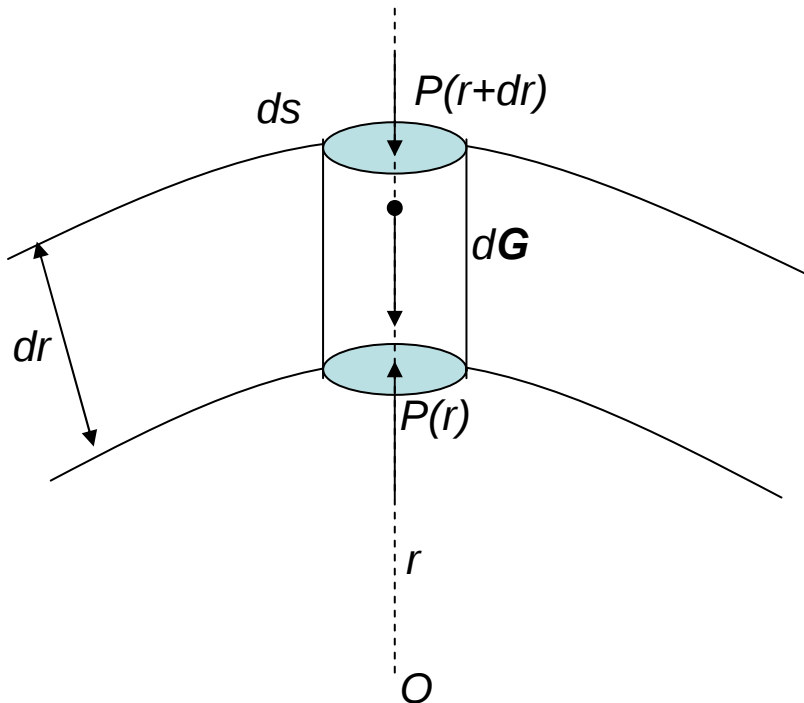
Pe lângă ecuația transferului radiativ, obținută în cursul anterior

$$\cos \theta \frac{dI(\tau, \theta)}{d\tau} = I(\tau, \theta) - \frac{1}{2} \int_0^\pi I(\tau, \theta) \sin \theta d\theta$$

trebuie obținută ecuația **echilibrului hidrostatic**.

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Se consideră un cilindru elementar de bază ds și înălțime dr situat între sferele de rază r și $r + dr$.



Forțele ce acționează asupra cilindrului sunt **greutatea** (în proiecția de-a lungul razei)

$$dG = -\rho g dr ds \quad (1)$$

și forțele datorate presiunii:

$$\begin{aligned} & [-P(r + dr) + P(r)] ds = \\ & = \left[-P(r) - \frac{dP}{dr} dr - \dots + P(r) \right] ds \cong -dP ds \end{aligned} \quad (2)$$

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

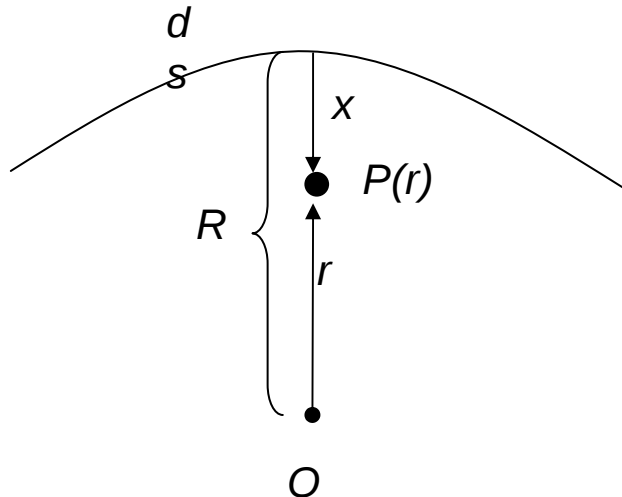
Presiunea de pe suprafața laterală a cilindrului se echilibrează și atunci ecuația de echilibru se scrie:

$$dG - dP ds = 0$$

$$- \rho g dr ds - dP ds = 0 \quad : ds$$

$$dP = -\rho g dr \quad (3)$$

Ecuția (3) poartă denumirea de ecuația echilibrului hidrostatic. Deoarece avem următoarea relație (r – coordonata, x – adâncimea, R - raza)



$$r + x = R$$

atunci avem $dr = -dx$ și ecuația (3) devine:

$$dP = \rho g dx \quad (4)$$

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Presiunea P din ecuația (4) reprezintă presiunea totală: $P = P_{\text{gaz}} + P_{\text{rad}}$, presiunile fiind date de:

$$P_{\text{gaz}} = \frac{R}{\mu} \rho T = \frac{k}{\mu m_H} \rho T; \quad P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \quad (5)$$

unde presiunea gazului este dată de legea gazelor ideale, R este constanta universală a gazelor, μ este masa moleculară, m_H este masa protonului, iar k este constanta lui Boltzmann.

Introducând adâncimea optică

$$d\tau = \bar{\kappa} \rho dx \quad (6)$$

unde $\bar{\kappa}$ este coeficientul de absorbție mediu și împărțind (4) la (6) avem:

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\kappa}} \quad (7)$$

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Deoarece coeficientul de absorbție depinde de temperatură, presiune și compoziție chimică:

$$\overline{\kappa} = \overline{\kappa}(T, P_{gaz}, X, Y) \quad (8)$$

și considerând accelerația gravitațională constantă, g_0 , la suprafața stelei, iar presiunea de radiație mică ($P \cong P_{gaz}$) obținem:

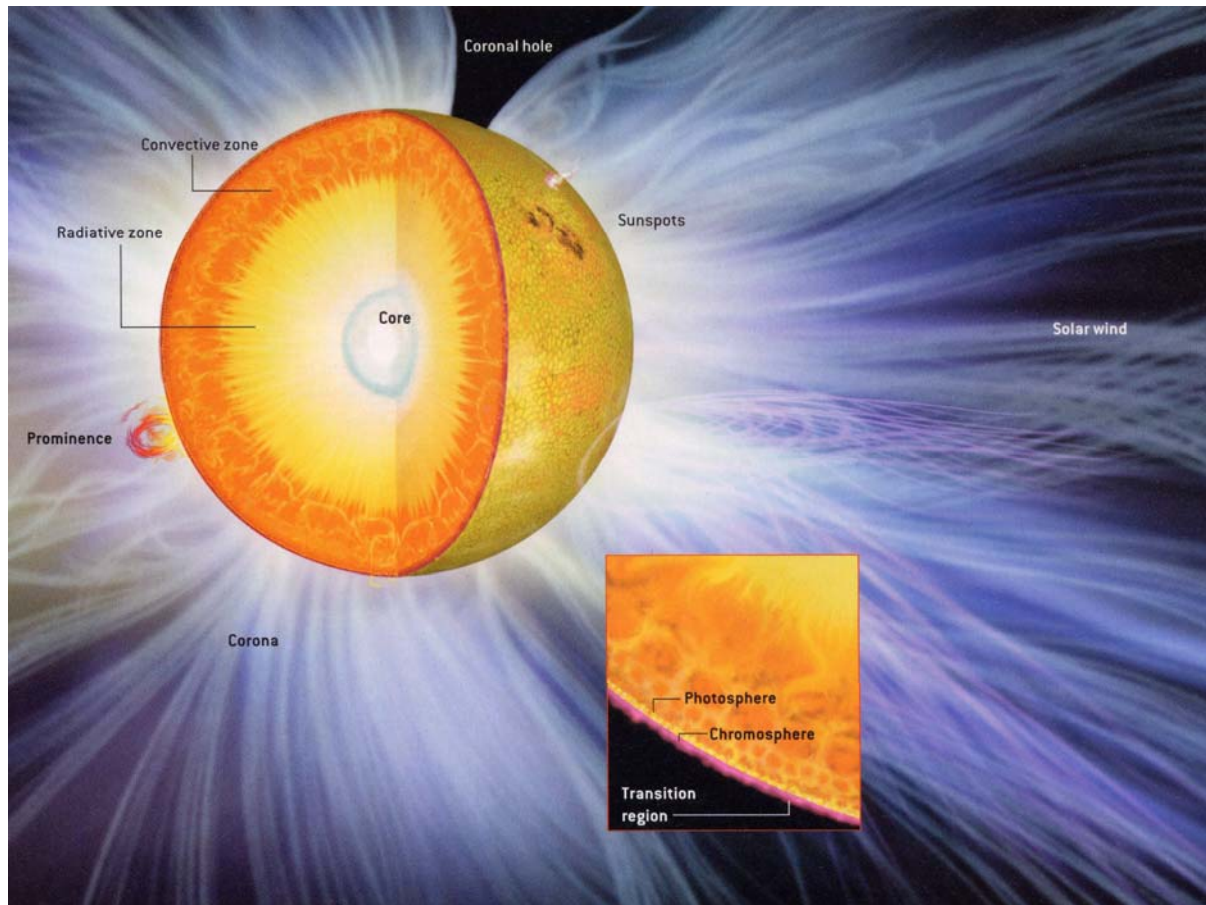
$$\frac{dP_{gaz}}{d\tau} = \frac{g_0}{\overline{\kappa}[T(\tau), P_{gaz}(\tau), X, Y]} \quad (9)$$

cu condițiile la suprafața atmosferei:

$$\tau = 0 : P_{gaz} = 0 \quad (10)$$

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Ecuția (9) cu condiția (10) se rezolvă în general numeric și valorile obținute se tablează. Modelul de mai sus este util în cazul stelelor din secvența principală (asemănătoare soarelui) deoarece am neglijat variația accelerației gravitaționale cu raza atmosferei și presiunea de radiație.



Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Atmosfere izoterme

O simplificare a modelării atmosferelor stelare este cazul atmosferelor izoterme ($T = \text{constant}$). Chiar dacă acest model nu se poate aplica la întreaga atmosferă, acesta se poate aplica pentru un strat atmosferic sau straturi plan paralele.

Considerăm echilibrul hidrostatic:

$$dP = -\rho g dz \quad (11)$$

și considerând presiunea de radiație neglijabilă, iar presiunea gazului dată de legea gazelor ideale:

$$P = \frac{k}{\mu m_H} \rho T \quad (12)$$

din (11) și (12) obținem:

$$\frac{dP_{\text{gaz}}}{P_{\text{gaz}}} = -\frac{\mu m_H g}{k T} dz \quad (13)$$

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Considerând din nou $g = g_0 = \text{const.}$ (atmosferă/strat de atmosferă subțire) pentru condiția la limită:

$$P_{\text{gaz}} = P_0 \quad \text{pentru } z = 0 \quad (14)$$

prin integrarea relației (13) se obține:

$$P_{\text{gaz}}(z) = P_{\text{gaz}}^0 e^{-(\mu m_H g_0 / kT)z} \quad (15)$$

Exponentul

$$h = \frac{kT}{\text{not. } \mu m_H g_0} \quad (16)$$

are dimensiunea de lungime și poartă denumirea de **scara înălțimilor în atmosferă**.

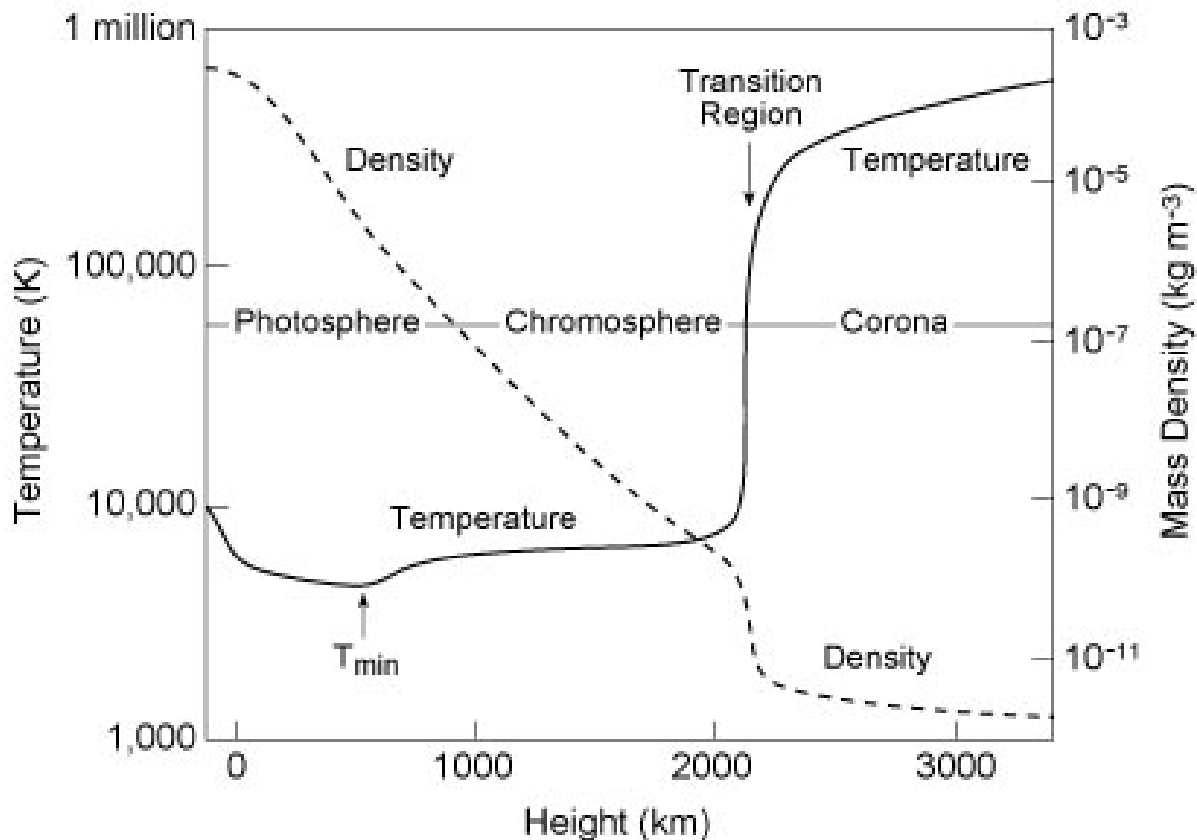
Atunci ecuația (15) devine:

$$P_{\text{gaz}}(z) = P_{\text{gaz}}^0 e^{-\frac{z}{h}} \quad (17)$$

Structură și Evoluție Stelară – Atmosfere stelare

Din ecuația gazelor perfecte și (5) și (17) se obține analog:

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\frac{z}{h}} \quad (18)$$



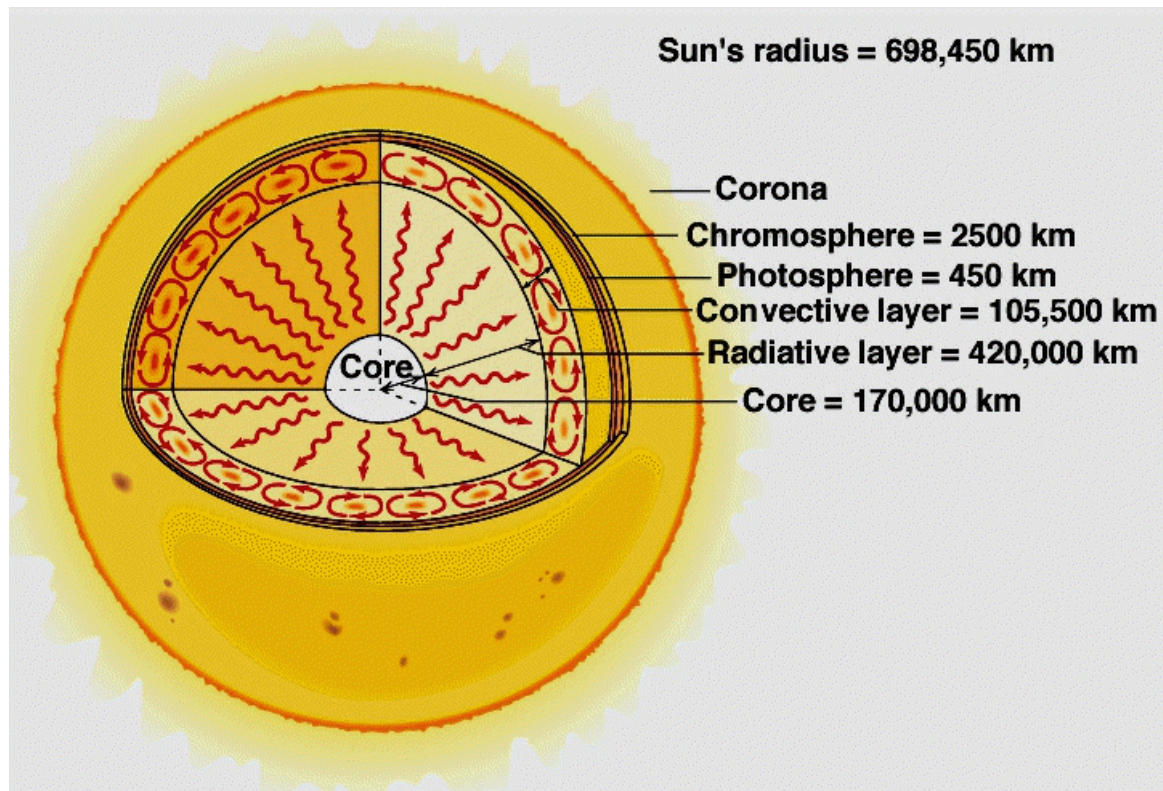
Ecuția (17) și (18) se pot aplica în studiul atmosferei solare, în atmosfera terestră și pentru stelele din secvența principală.

Trebuie precizat însă faptul ca rezultatele modelul teoretic diferă destul de mult de valorile reale prezentate în figura alăturată.

Structură și Evoluție Stelară – Interiorul stelar

Interiorul stelelor

Problema interiorului stelar (la care avem sau nu acces prin informații directe) constă în determinarea parametrilor stelari: densitate, presiune, temperatură și luminozitate prin folosirea modelelor matematice.



În cazul Soarelui interiorul este format din:

- 1) Nucleu
- 2) Zona radiativă
- 3) Zona convectivă

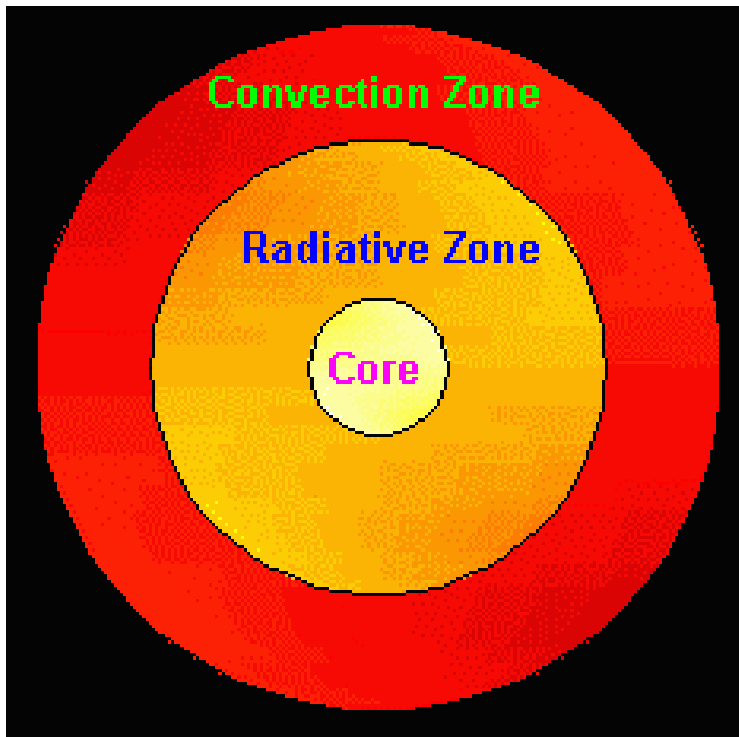
Structură și Evoluție Stelară – Interiorul stelar

(1) Core

- depth: 0 – 0.25 Rs
- Temperature: 20 Million Kelvin
- Density: 150 g/cm³
- Energy generation: through nuclear fusion process
 $4^1\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu + 26.73 \text{ MeV}$

(2) Radiative Zone

- depth: 0.25 – 0.70 Rs
- Temperature: 7 MK to 2 MK
- Density: 20 g/cm³ to 0.2 g/cm³
- Energy transport region
 - through radiation transfer, or photon diffusion; conduction is negligible; no convection



(3) Convection Zone

- Depth: 0.70 – 1.00 Rs
- Temperature: ~ 2 MK to 0.06 MK
- Density: 0.2 g/cm³ – 10⁻⁷ g/cm³
- **Opacity increase:**
 - at 2 MK, opacity increases as heavy ions (e.g., C, N, O, Ca, Fe) starts to hold electrons from fully ionized state. As a result, energy transfer through radiation is less efficient, and temperature gradient increases
- **Convection occurs:** when the temperature gradient becomes so large that it drives convection by buoyancy force

Structură și Evoluție Stelară – Interiorul stelar

Care sunt principalele procese fizice care determină structura unei stele?

- Stelele sunt “ținute” împreună datorită gravitației – atracția exercitată asupra fiecărei părți a stelei de către celelalte părți.
- Împotriva colapsului se opune presiunea internă (presiunea gazului + presiunea radiației)
- Aceste forțe joacă un rol principal în determinarea structurii stelare – ele trebuie să fie (cel puțin aproape) în echilibru
- Proprietățile termice ale stelelor – radiază în mod continuu în spațiu. Dacă proprietățile termice sunt constante atunci trebuie să părăsească steaua un flux constant de energie
- Teoria trebuie să descrie - originea energiei și transportul ei spre suprafață.

Facem următoarele presupuneri fundamentale:

- 1) Neglijăm variația parametrilor în timp (îi presupunem constanți în timp).
- 2) Toate stelele sunt sferice și simetrice față de centru.

Pentru stelele considerate – care sunt izolate, statice, și sferic simetrice – sunt patru ecuații de bază care le descriu structura. Toate proprietățile fizice depind doar de distanța față de centrul stelei.

- 1) **Ecuația echilibrului hidrostatic:** pentru fiecare adâncime (rază), forțele datorate diferenței de presiune echilibrează gravitația
- 2) **Conservarea masei**
- 3) **Conservarea energiei :** pentru fiecare adâncime(rază), variația fluxului de energie = cantitatea locală de energie eliberată
- 4) **Ecuația transportului energiei:** relația dintre fluxul de energie și gradientul local de temperatură

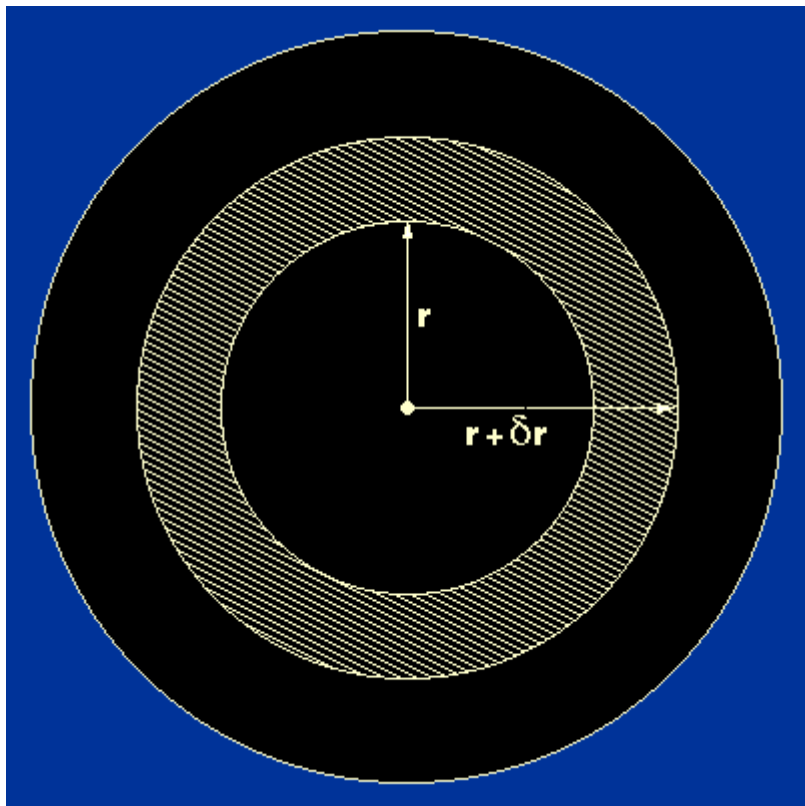
Acestor ecuații de bază li se mai adaugă:

- **Ecuația de stare** (presiunea gazului ca si funcție de densitate și temperatură)
- **Opacitatea** (cât de opac este gazul pentru radiație)
- **Cantitatea de energie generată de nucleul stelei pe unitatea de masă**

Echilibrul hidrostatic stelar

a) Ecuația continuității masei

Considerăm o stea fără rotație, fără câmp magnetic și neperturbată mareic. Pentru ecuația de continuitate a masei considerăm un înveliș sferic având masa $dM(r)$:



$$\delta V = 4\pi r^2 \delta r$$

$$\Rightarrow \delta M = \delta V \rho(r) = 4\pi r^2 \delta r \rho(r)$$

În limita $\delta r \rightarrow 0$ se obține **ecuația continuității masei**:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (19)$$

Atunci masa sferei de rază r va fi:

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r^2 \rho(r) dr \quad (20)$$

iar masa totală a stelei este:

$$M(r) = 4\pi \int_0^R r^2 \rho(r) dr \quad (21)$$

b) Echilibrul hidrostatic

Considerăm ecuația echilibrului hidrostatic (3) în care accelerația gravitațională este dată de:

$$g = G \frac{M(r)}{r^2} \quad (22)$$

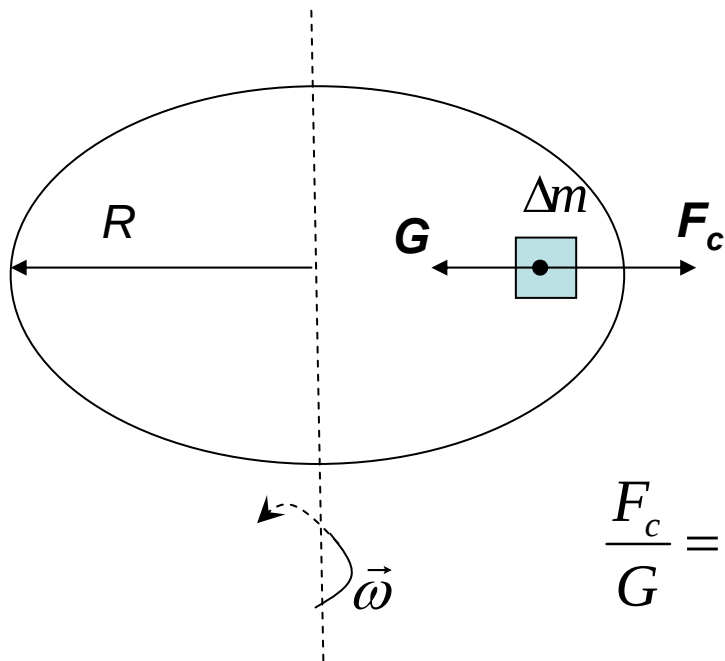
și atunci echilibrul hidrostatic este dat de:

$$\frac{dP(r)}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (23)$$

unde $P = P_{\text{gaz}} + P_{\text{rad}}$. Echilibrul hidrostatic exprimă faptul că în orice punct din interiorul steii gravitația și forțele de presiune se echilibrează reciproc: "gazul nu este *expulzat* sub acțiunea presiunii și nici nu *cade* sub acțiunea accelerației gravitaționale".

c) Abaterea stelei de la simetria sferică

În cazul unei rotații stelare apare efectul de turtire la poli. Considerăm un element de masă Δm din planul ecuatorial al stelei de rază R și accelerație unghiulară ω .



Asupra elementului Δm acționează gravitația presiunea și forța centrifugă. Dacă raportul dintre forța centrifugă și greutate este mic atunci simetria sferică nu este afectată:

$$\frac{F_c}{G} = \frac{\omega^2 R \Delta m}{G M \frac{\Delta m}{R^2}} \ll 1, \quad \omega^2 \ll \frac{GM}{R^3} \quad (24)$$

Stelele obișnuite se încadrează în relația (24), dar stelele cu rotație rapidă nu îndeplinesc această condiție.

d) Violarea echilibrului hidrostatic

Ecuția echilibrului hidrostatic nu este întotdeauna îndeplinită (în anumite faze ale evoluției stelare) și ea se înlocuiește cu ecuația lui Euler:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P \quad (25)$$

Dacă proiectăm ecuația (25) pe direcția razei (în cazul simetriei sferice) obținem:

$$\frac{dv}{dt} = -G \frac{M(r)}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dP(r)}{dr} \quad (26)$$

Presupunem în continuare că membrul drept al ecuației (26) este

$$\lambda g_0 = -\frac{GM(r)}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dP(r)}{dr} \quad (27)$$

unde $\lambda \in (0, 1]$ și $g_0 = GM/R^2$, adică λg_0 reprezintă o fracțiune din accelerația gravitațională la suprafața stelei.

Structură și Evoluție Stelară – Interiorul stelar

Timpul necesar ca un punct să se deplaseze cu accelerația λg_0 de la suprafața stelei de rază R până în centrul stelei este:

$$t = \sqrt{\frac{2R}{\lambda g_0}} \quad (28)$$

În cazul în care gravitația nu e compensată de presiune $g_0 = GM/R^2$ și $\lambda = 1$ atunci din (28) se obține **timpul dinamic**:

$$t_d = \sqrt{\frac{2R^3}{GM}} = \sqrt{\frac{3}{2\pi G \rho}} \quad (29)$$

Timpul dinamic este timpul de cădere liberă de la suprafața astrului până în centrul lui. Timpul dinamic al soarelui este de aproximativ 30 minute.

Structură și Evoluție Stelară – Interiorul stelar

În cazul în care forțele de presiune sunt mai mari decât cele de gravitație atunci au loc explozii (cazul novelor și supernovelor), iar invers dacă gravitația este dominantă steaua este supusă unei implozii (colaps gravitațional, prăbușire gravitațională). Deoarece perioada de rotație a stelei este:

$$P_{rot} = \frac{2R}{\omega} \quad (29)$$

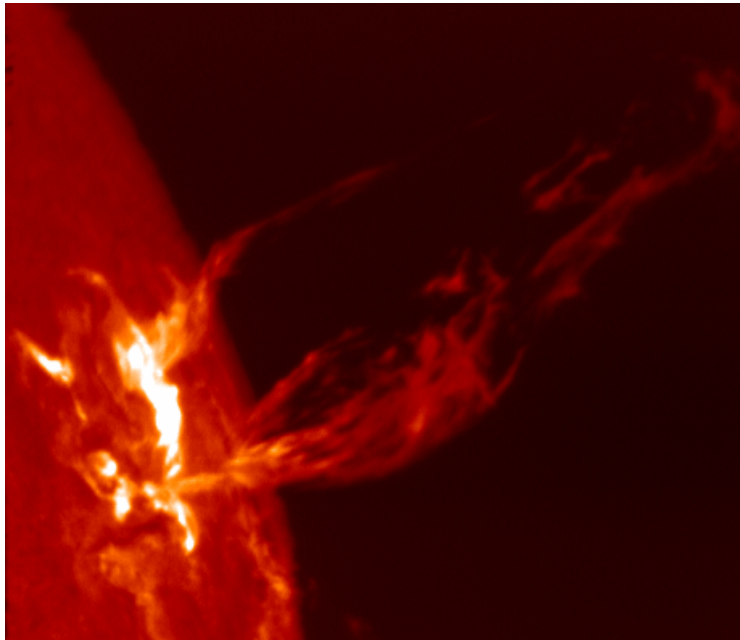
din (24) și (29) obținem:

$$P_{rot} \gg t_d \quad (30)$$

e) *Influența câmpului magnetic*

În cazul în care este prezent câmpul magnetic (datorită rotației diferențiate) ecuației (25) trebuie să-i mai adăugăm un termen:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \vec{j} \times \vec{B} \quad (31)$$

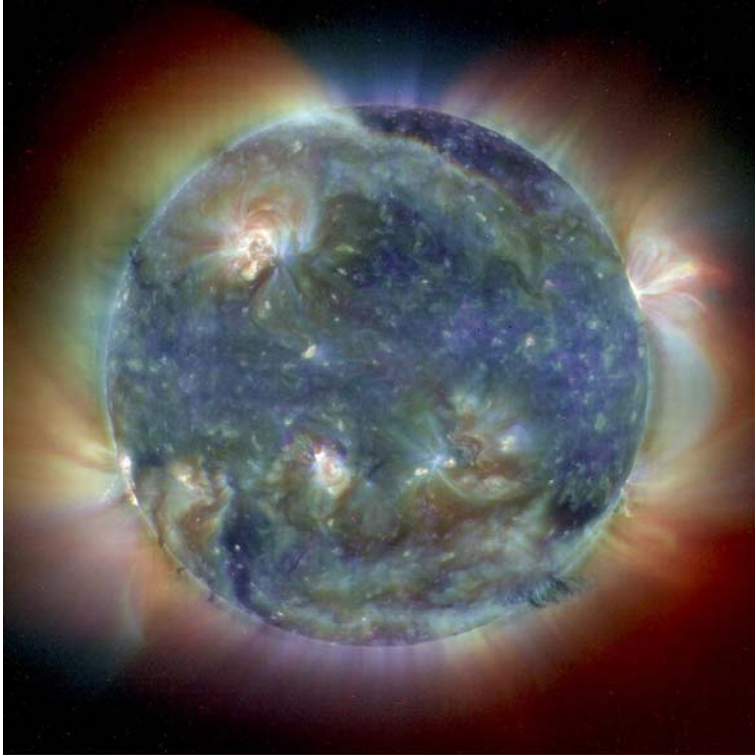


unde **B** este inducția magnetică, iar **j** este inducția de curent. Câmpul magnetic este responsabil de activitatea de la suprafața stelelor: pete, curenți, etc.

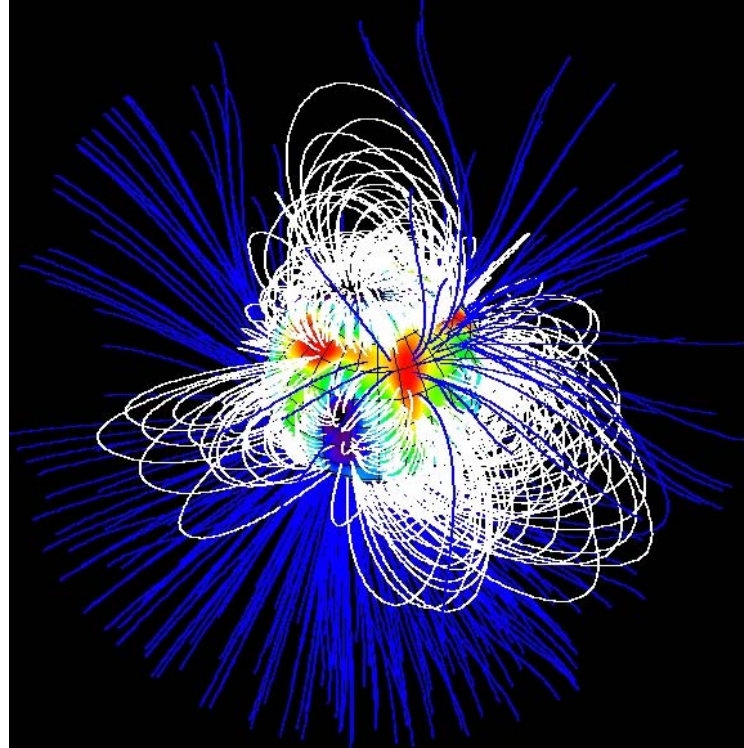
The magnetic field of the Sun is driving this massive ejection of plasma

Structură și Evoluție Stelară – Interiorul stelar

Soarele



Stea T-Tauri



A [T Tauri star](#) is a type of [pre-main sequence star](#) that is being heated through gravitational contraction and has not yet begun to burn hydrogen at its core. They are variable stars that are magnetically active.