Karakterek és centrális egyszerű csoportokkal fokszámozott algebrák

Márkus András

Babeş–Bolyai Tudományegyetem Kolozsvár

Budapest, 2007. február 12

Tartalom

1. Bevezetés
2. Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák
3. Karakterek
4. Invariánsok
5. Komplementumos centroid
6. Irodalom

A feladat

Alexandre Turull, 1994

- Legyen G véges csoport, és F nulla karakterisztikájú test.

A feladat

Alexandre Turull, 1994

- Legyen G véges csoport, és F nulla karakterisztikájú test.
- A. Turull [6] bevezetett egy ekvivalenciarelációt a centrális egyszerű F-feletti G-algebrák között.

A feladat

Alexandre Turull, 1994

- Legyen G véges csoport, és F nulla karakterisztikájú test.
- A. Turull [6] bevezetett egy ekvivalenciarelációt a centrális egyszerű F-feletti G-algebrák között.

Motiváció

Az irreducibilis komplex karakterek Schur-indexének tanulmányozása Clifford-elmélet kontextusban.

A feladat

Alexandre Turull, 1994

- Legyen G véges csoport, és F nulla karakterisztikájú test.
- A. Turull [6] bevezetett egy ekvivalenciarelációt a centrális egyszerű F-feletti G-algebrák között.

Motiváció

Az irreducibilis komplex karakterek Schur-indexének tanulmányozása Clifford-elmélet kontextusban.

Feladat

Kiterjeszteni az erősen fokszámozott algebrák esetére.

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol
- G véges csoport

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol
- G véges csoport
- R véges dimenziós F-algebra

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol
- G véges csoport
- R véges dimenziós F-algebra
- R-nek nincs valódi G-vel fokszámozott ideálja.

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol
- G véges csoport
- R véges dimenziós F-algebra
- R-nek nincs valódi G-vel fokszámozott ideálja.
- Akkor G hat $Z(R_1)$-re, és feltételezzük, hogy $Z(R_1)^G = F$.

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol
- G véges csoport
- R véges dimenziós F-algebra
- R-nek nincs valódi G-vel fokszámozott ideálja.
- Akkor G hat $Z(R_1)$-re, és feltételezzük, hogy $Z(R_1)^G = F$.

Definíció

R-et F-feletti *centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrá*nak nevezzük.

Centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrák

Legyen

- $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ erősen G-vel fokszámozott algebra, ahol
- G véges csoport
- R véges dimenziós F-algebra
- R-nek nincs valódi G-vel fokszámozott ideálja.
- Akkor G hat $Z(R_1)$-re, és feltételezzük, hogy $Z(R_1)^G = F$.

Definíció

R-et F-feletti *centrális egyszerű G-vel fokszámozott algebrá*nak nevezzük.

Ha R_1 egyszerű algebra, akkor R az R_1 és G keresztszorzata.

Áttekintés

Két centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra *ekvivalens* ha kozottük létezik egy G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.

Áttekintés

Két centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra *ekvivalens* ha kozottük létezik egy G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.

- 2. rész: Igazoljuk, hogy két centrális egyszerű F-algebra amelyre G hat ekvivalens Turull értelmében akkor és csak akkor, ha a megfelelő ferde csoportalgebrák között létezik G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.

Áttekintés

Két centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra *ekvivalens* ha kozottük létezik egy G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.

- 2. rész: Igazoljuk, hogy két centrális egyszerű F-algebra amelyre G hat ekvivalens Turull értelmében akkor és csak akkor, ha a megfelelő ferde csoportalgebrák között létezik G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.
- 3. rész: Legyen R féligegyszerű erősen G-vel fokszámozott F-algebra, χ egy abszolut irreducibilis karaktere, és legyen η a χ leszűkítése R_1-re. Megfeleltetünk χ-nek egy $F(\eta)$-feletti centrális egyszerű keresztszorzatok ekvivalencia osztályát, és tanulmányozzuk azt az esetek, amikor a két karakter osztálya egyenlő.

Áttekintés

Két centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra *ekvivalens* ha kozottük létezik egy G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.

- 2. rész: Igazoljuk, hogy két centrális egyszerű F-algebra amelyre G hat ekvivalens Turull értelmében akkor és csak akkor, ha a megfelelő ferde csoportalgebrák között létezik G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.
- 3. rész: Legyen R féligegyszerű erősen G-vel fokszámozott F-algebra, χ egy abszolut irreducibilis karaktere, és legyen η a χ leszűkítése R_1-re. Megfeleltetünk χ-nek egy $F(\eta)$-feletti centrális egyszerű keresztszorzatok ekvivalencia osztályát, és tanulmányozzuk azt az esetek, amikor a két karakter osztálya egyenlő.
- 4. rész: Tanulmányozzuk a fenti ekvivalenciareláció invariánsait: inerciacsoportok és centroidok.

Áttekintés

Két centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra *ekvivalens* ha kozottük létezik egy G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.

- 2. rész: Igazoljuk, hogy két centrális egyszerű F-algebra amelyre G hat ekvivalens Turull értelmében akkor és csak akkor, ha a megfelelő ferde csoportalgebrák között létezik G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia.
- 3. rész: Legyen R féligegyszerű erősen G-vel fokszámozott F-algebra, χ egy abszolut irreducibilis karaktere, és legyen η a χ leszűkítése R_1-re. Megfeleltetünk χ-nek egy $F(\eta)$-feletti centrális egyszerű keresztszorzatok ekvivalencia osztályát, és tanulmányozzuk azt az esetek, amikor a két karakter osztálya egyenlő.
- 4. rész: Tanulmányozzuk a fenti ekvivalenciareláció invariánsait: inerciacsoportok és centroidok.
- 5. rész: Egy speciális esetben bebizonyítunk egy tensorszorzatra való felbontástételt.

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen G egy véges csoport és legyen $R = \bigoplus_{g\in G} R_g$ egy véges dimenziós erősen G-vel fokszámozott F-algebra. Jelölés $A := R_1$.

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen G egy véges csoport és legyen $R = \bigoplus_{g\in G} R_g$ egy véges dimenziós erősen G-vel fokszámozott F-algebra. Jelölés $A := R_1$.

A Miyashita–Ulbrich-hatás

Ha V és V' R-modulusok, akkor $\mathrm{Hom}_A(V, V')^{\mathrm{op}}$ FG-modulus, ahol

$$^g f(v) = \sum_{i=1}^{m} r_i f(r_i' v)$$

($g \in G$, $f \in \mathrm{End}_A(V)$, $v \in V$). Itt az $r_i \in R_g$, $r_i' \in R_{g^{-1}}$ elemeket úgy választjuk ki, hogy $\sum_{i=1}^m r_i r_i' = 1$.

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen G egy véges csoport és legyen $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ egy véges dimenziós erősen G-vel fokszámozott F-algebra. Jelölés $A := R_1$.

A Miyashita–Ulbrich-hatás

Ha V és V' R-modulusok, akkor $\mathrm{Hom}_A(V, V')^{\mathrm{op}}$ FG-modulus, ahol

$$^g f(v) = \sum_{i=1}^{m} r_i f(r_i' v)$$

($g \in G$, $f \in \mathrm{End}_A(V)$, $v \in V$). Itt az $r_i \in R_g$, $r_i' \in R_{g^{-1}}$ elemeket úgy választjuk ki, hogy $\sum_{i=1}^m r_i r_i' = 1$.

A fenti hatás kompatibilis a függvények összetételével.

Példa: ferde csoportalgebrák

Legyen A egy F-algebra amelyre G hat. Tekintsük az $R := A * G = \{\sum_{g \in G} a_g g \mid a_g \in A\}$ ferde csoportalgebrát, az $(ag)(bh) = a({}^g b)gh$ szorzattal, és természetes fokszámozással.

Példa: ferde csoportalgebrák

Legyen A egy F-algebra amelyre G hat. Tekintsük az $R := A * G = \{\sum_{g \in G} a_g g \mid a_g \in A\}$ ferde csoportalgebrát, az $(ag)(bh) = a({}^g b)gh$ szorzattal, és természetes fokszámozással.

Ha A centrális egyszerű G-algebra F-felett, akkor $A * G$ centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra.

Példa: ferde csoportalgebrák

Legyen A egy F-algebra amelyre G hat. Tekintsük az $R := A * G = \{\sum_{g\in G} a_g g \mid a_g \in A\}$ ferde csoportalgebrát, az $(ag)(bh) = a({}^g b)gh$ szorzattal, és természetes fokszámozással.

Ha A centrális egyszerű G-algebra F-felett, akkor $A * G$ centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra.
$R = A * G$ *triviális* centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, ha $A = \mathrm{End}_F(N)$, ahol N FG-modulus.

Példa: ferde csoportalgebrák

Legyen A egy F-algebra amelyre G hat. Tekintsük az $R := A * G = \{\sum_{g \in G} a_g g \mid a_g \in A\}$ ferde csoportalgebrát, az $(ag)(bh) = a({}^g b)gh$ szorzattal, és természetes fokszámozással.

Ha A centrális egyszerű G-algebra F-felett, akkor $A * G$ centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra.
$R = A * G$ *triviális* centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, ha $A = \mathrm{End}_F(N)$, ahol N FG-modulus.

Legyen $f : A \to B$ egy izomorfizmus F-feletti G-algebrák között. Akkor $\tilde{f} : A * G \to B * G, \quad ag \mapsto f(a)g$ G-vel fokszámozott algebraizomorfizmus.

Példa: ferde csoportalgebrák

Legyen A egy F-algebra amelyre G hat. Tekintsük az $R := A * G = \{\sum_{g \in G} a_g g \mid a_g \in A\}$ ferde csoportalgebrát, az $(ag)(bh) = a({}^g b)gh$ szorzattal, és természetes fokszámozással.

Ha A centrális egyszerű G-algebra F-felett, akkor $A * G$ centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra.
$R = A * G$ *triviális* centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, ha $A = \mathrm{End}_F(N)$, ahol N FG-modulus.

Legyen $f : A \to B$ egy izomorfizmus F-feletti G-algebrák között. Akkor $\tilde{f} : A * G \to B * G, \quad ag \mapsto f(a)g \quad$ G-vel fokszámozott algebraizomorfizmus. Legyen $f : A * G \to S$ fokszámozott izomorfizmus. Ekkor f indukál egy G-algebra struktúrát S_1-gyen úgy, hogy f_1 G-izomorfizms lesz.

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen R erősen G-vel fokszámozott F-algebra, $A := R_1$. Tételezzük fel, hogy $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol $e_1, \ldots, e_n$ primitív centrális idempotensek A-ban, amelyeket G tranzitíven permutálja. Legyen H az e_1 stabilizátora G-ben.

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen R erősen G-vel fokszámozott F-algebra, $A := R_1$. Tételezzük fel, hogy $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol $e_1, \ldots, e_n$ primitív centrális idempotensek A-ban, amelyeket G tranzitíven permutálja. Legyen H az e_1 stabilizátora G-ben. akkor

- $R' := e_1 R e_1$ erősen H-val fokszámozott F-algebra;

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen R erősen G-vel fokszámozott F-algebra, $A := R_1$. Tételezzük fel, hogy $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol $e_1, \ldots, e_n$ primitív centrális idempotensek A-ban, amelyeket G tranzitíven permutálja. Legyen H az e_1 stabilizátora G-ben. akkor

- $R' := e_1 R e_1$ erősen H-val fokszámozott F-algebra;
- az $e_1 R$ és $R e_1$ bimodulusok indukálnak egy Morita-ekvivalenciát R és R' között.

Erősen G-vel fokszámozott algebrák

Legyen R erősen G-vel fokszámozott F-algebra, $A := R_1$. Tételezzük fel, hogy $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol $e_1, \ldots, e_n$ primitív centrális idempotensek A-ban, amelyeket G tranzitíven permutálja. Legyen H az e_1 stabilizátora G-ben. akkor

- $R' := e_1 R e_1$ erősen H-val fokszámozott F-algebra;
- az $e_1 R$ és $R e_1$ bimodulusok indukálnak egy Morita-ekvivalenciát R és R' között.

Lemma

Legyen R egy centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra. Akkor $A = A_1 \oplus \cdots \oplus A_n$ féligegyszerű F-algebra, ahol G tranzitíven permutálja az $A_1, \ldots, A_n$ egyszerű algebrákat.

A diagonális részalgebra

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

A diagonális részalgebra

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

Definíció

Az $R \otimes_F S$ diagonális részalgebrája

$$\Delta(R \otimes_F S) := \bigoplus_{g \in G} R_g \otimes_F S_g .$$

A diagonális részalgebra

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

Definíció

Az $R \otimes_F S$ diagonális részalgebrája

$$\Delta(R \otimes_F S) := \bigoplus_{g \in G} R_g \otimes_F S_g .$$

Ez szintén erősen G-vel fokszámozott F-algebra.

A diagonális részalgebra

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

Definíció

Az $R \otimes_F S$ diagonális részalgebrája

$$\Delta(R \otimes_F S) := \bigoplus_{g \in G} R_g \otimes_F S_g .$$

Ez szintén erősen G-vel fokszámozott F-algebra.

Lemma

Legyenek R és S centrális egyszerű erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

A diagonális részalgebra

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

Definíció

Az $R \otimes_F S$ diagonális részalgebrája

$$\Delta(R \otimes_F S) := \bigoplus_{g \in G} R_g \otimes_F S_g .$$

Ez szintén erősen G-vel fokszámozott F-algebra.

Lemma

Legyenek R és S centrális egyszerű erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.
Tételezzük fel, hogy $B := S_1$ centrális egyszerű F-algebra.

A diagonális részalgebra

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.

Definíció

Az $R \otimes_F S$ diagonális részalgebrája

$$\Delta(R \otimes_F S) := \bigoplus_{g \in G} R_g \otimes_F S_g.$$

Ez szintén erősen G-vel fokszámozott F-algebra.

Lemma

Legyenek R és S centrális egyszerű erősen G-vel fokszámozott F-algebrák.
Tételezzük fel, hogy $B := S_1$ centrális egyszerű F-algebra.
Akkor $\Delta(R \otimes_F S)$ centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra.

G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia

Definíció

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott algebrák. Létezik egy G-vel *fokszámozott Morita-ekvivalencia* R és S között, ha léteznek az ${}_RM_S$ és ${}_SN_R$ G-vel fokszámozott bimodulusok és $M \otimes_S N \simeq R$, $N \otimes_R M \simeq S$ G-vel fokszámozott bimodulusizomorfizmusok.

G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia

Definíció

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott algebrák. Létezik egy G-vel *fokszámozott Morita-ekvivalencia* R és S között, ha léteznek az ${}_RM_S$ és ${}_SN_R$ G-vel fokszámozott bimodulusok és $M \otimes_S N \simeq R$, $N \otimes_R M \simeq S$ G-vel fokszámozott bimodulusizomorfizmusok.

Ebben az esetben M_1 és N_1 indukálnak Morita-ekvivalenciát R_1 és S_1 között. Mitöbb, M_1 $\Delta(R \otimes_F S^{\mathrm{op}})$-modulus.

G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia

Definíció

Legyenek R és S erősen G-vel fokszámozott algebrák. Létezik egy G-vel *fokszámozott Morita-ekvivalencia* R és S között, ha léteznek az ${}_RM_S$ és ${}_SN_R$ G-vel fokszámozott bimodulusok és $M \otimes_S N \simeq R$, $N \otimes_R M \simeq S$ G-vel fokszámozott bimodulusizomorfizmusok.

Ebben az esetben M_1 és N_1 indukálnak Morita-ekvivalenciát R_1 és S_1 között. Mitöbb, M_1 $\Delta(R \otimes_F S^{\mathrm{op}})$-modulus.

Fordítva, ha az ${}_{R_1}{M_1}_{S_1}$ bimodulus indukál egy Morita-ekvivalenciát R_1 és S_1 között, és ha az M_1 struktúrája kiterjeszthető egy $\Delta(R \otimes_F S^{\mathrm{op}})$-modulus struktúrára, akkor
$M := (R \otimes_F S^{\mathrm{op}}) \otimes_{\Delta(R \otimes_F S^{\mathrm{op}})} M_1 \simeq R \otimes_{R_1} M_1 \simeq M_1 \otimes_{S_1} S$
indukál egy G-vel fokszámozott Morita-ekvivalenciát R és S között.

G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia

Megjegyzés

Tételezzük fel, hogy létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia R és S között.

G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia

Megjegyzés

Tételezzük fel, hogy létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia R és S között. Ekkor

- Ha V és V' R-modulusok, akkor a fokszámozott Morita-ekvivalencia indukál egy

$$\mathrm{Hom}_{R_1}(V, V') \simeq \mathrm{Hom}_{S_1}(N \otimes_R V, N \otimes_R V')$$

  FG-modulusizomorfizmust.

G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia

Megjegyzés

Tételezzük fel, hogy létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia R és S között. Ekkor

- Ha V és V' R-modulusok, akkor a fokszámozott Morita-ekvivalencia indukál egy

$$\mathrm{Hom}_{R_1}(V, V') \simeq \mathrm{Hom}_{S_1}(N \otimes_R V, N \otimes_R V')$$

  FG-modulusizomorfizmust.
- A $C_R(R_1)$ és $C_S(S_1)$ centralizátorok izomorfak (mint G-vel fokszámozott G-algebrák).

G-vel fokszámozott Morita ekvivalencia

Megjegyzés

Tételezzük fel, hogy létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekvivalencia R és S között. Ekkor

- Ha V és V' R-modulusok, akkor a fokszámozott Morita-ekvivalencia indukál egy
$$\mathrm{Hom}_{R_1}(V, V') \simeq \mathrm{Hom}_{S_1}(N \otimes_R V, N \otimes_R V')$$
FG-modulusizomorfizmust.
- A $C_R(R_1)$ és $C_S(S_1)$ centralizátorok izomorfak (mint G-vel fokszámozott G-algebrák).
- Partikulárisan, a $Z(R_1)$ és $Z(S_1)$ centrumok izomorf G-algebrák, és $C_G(Z(R_1)) = C_G(Z(S_1))$.

Tétel

- R és S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebrák.

Tétel

- R és S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebrák.
- $1 = e_1 + \cdots + e_n$ és $1 = f_1 + \cdots + f_m$ felbontások primitív centrális idempotensek összegére A-bal ill. B-ben.

Tétel

- R és S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebrák.
- $1 = e_1 + \cdots + e_n$ és $1 = f_1 + \cdots + f_m$ felbontások primitív centrális idempotensek összegére A-bal ill. B-ben.

A következő állítások ekvivalensek:

Tétel

- R és S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebrák.
- $1 = e_1 + \cdots + e_n$ és $1 = f_1 + \cdots + f_m$ felbontások primitív centrális idempotensek összegére A-bal ill. B-ben.

A következő állítások ekvivalensek:

(i) Létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekv. R és S között.

Tétel

- R és S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebrák.
- $1 = e_1 + \cdots + e_n$ és $1 = f_1 + \cdots + f_m$ felbontások primitív centrális idempotensek összegére A-bal ill. B-ben.

A következő állítások ekvivalensek:

(i) Létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekv. R és S között.

(ii) Létezik egy $\{e_1, \ldots, e_n\} \simeq \{f_1, \ldots, f_n\}$, $e_1 \mapsto f_1$, G-izom. és egy H-val fokszámozott Morita-ekv. $R' := e_1 R e_1$ és $S' := f_1 S f_1$ között, ahol H az e_1 G-beli stabilizátora.

Tétel

- R és S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebrák.
- $1 = e_1 + \cdots + e_n$ és $1 = f_1 + \cdots + f_m$ felbontások primitív centrális idempotensek összegére A-bal ill. B-ben.

A következő állítások ekvivalensek:

(i) Létezik egy G-vel fokszámozott Morita-ekv. R és S között.

(ii) Létezik egy $\{e_1, \ldots, e_n\} \simeq \{f_1, \ldots, f_n\}$, $e_1 \mapsto f_1$, G-izom. és egy H-val fokszámozott Morita-ekv. $R' := e_1 R e_1$ és $S' := f_1 S f_1$ között, ahol H az e_1 G-beli stabilizátora.

(iii) Léteznek V és V' FG-modulusok úgy, hogy ha $T := \mathrm{End}_F(V) * G$ és $T' := \mathrm{End}_F(V') * G$, akkor

$$\Delta(R \otimes_F T) \simeq \Delta(S \otimes_F T')$$

mint G-vel fokszámozott algebrák.

Centrális egyszerű fokszámozott algebrák ekvivalenciája

Definíció

Két egyszerű G-vel fokszámozott algebra *ekvivalens* ha a fenti feltételek teljesülnek.

Centrális egyszerű fokszámozott algebrák ekvivalenciája

Definíció

Két egyszerű G-vel fokszámozott algebra *ekvivalens* ha a fenti feltételek teljesülnek.

Jelölés: $\mathrm{Sgr}(G, F)$ az ekvivalenciaosztályok halmaza, és $[R]$ az R osztálya $\mathrm{Sgr}(G, F)$-ben.

Centrális egyszerű fokszámozott algebrák ekvivalenciája

Definíció

Két egyszerű G-vel fokszámozott algebra *ekvivalens* ha a fenti feltételek teljesülnek.

Jelölés: $\mathrm{Sgr}(G, F)$ az ekvivalenciaosztályok halmaza, és $[R]$ az R osztálya $\mathrm{Sgr}(G, F)$-ben.

Megjegyzések

- $\mathrm{Sgr}(G, F)$-nek nincs természetes csoport struktúrája.

Centrális egyszerű fokszámozott algebrák ekvivalenciája

Definíció

Két egyszerű G-vel fokszámozott algebra *ekvivalens* ha a fenti feltételek teljesülnek.

Jelölés: $\mathrm{Sgr}(G, F)$ az ekvivalenciaosztályok halmaza, és $[R]$ az R osztálya $\mathrm{Sgr}(G, F)$-ben.

Megjegyzések

- $\mathrm{Sgr}(G, F)$-nek nincs természetes csoport struktúrája.
- Legyen K/F testbővítés. Ekkor létezik az $\mathrm{Sgr}(G, F) \to \mathrm{Sgr}(G, K)$, $[R] \mapsto [R \otimes_F K]$ függvény.

Centrális egyszerű G-algebrák

Definíció

Az A és B centrális egyszerű G-algebras *ekvivalens*ek ha léteznek a C és C' triviális G-algebrák amelyre $A \otimes C \simeq B \otimes C'$ mint G-algebrák.

Centrális egyszerű G-algebrák

Definíció

Az A és B centrális egyszerű G-algebras *ekvivalens*ek ha léteznek a C és C' triviális G-algebrák amelyre $A \otimes C \simeq B \otimes C'$ mint G-algebrák.

Jelölés: $\mathrm{Cliff}(G, F)$ az ekvivalencia osztályok halmaza, és $[A]$ az A osztálya $\mathrm{Cliff}(G, F)$-ben.

Centrális egyszerű G-algebrák

Definíció

Az A és B centrális egyszerű G-algebras *ekvivalens*ek ha léteznek a C és C' triviális G-algebrák amelyre $A \otimes C \simeq B \otimes C'$ mint G-algebrák.

Jelölés: $\mathrm{Cliff}(G, F)$ az ekvivalencia osztályok halmaza, és $[A]$ az A osztálya $\mathrm{Cliff}(G, F)$-ben.

Tétel

$\phi : \mathrm{Cliff}(G, F) \to \mathrm{Sgr}(G, F), \quad [A] \mapsto [A * G]$ *bijektív függvény.*

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra
- $\bar{F}$ az F algebrai lezártja, $\bar{F}R := \bar{F} \otimes_F R$.

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra
- $\bar{F}$ az F algebrai lezártja, $\bar{F}R := \bar{F} \otimes_F R$.

Tétel

- *Legyen V egyszerű R-modulus*

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra
- $\bar{F}$ az F algebrai lezártja, $\bar{F}R := \bar{F} \otimes_F R$.

Tétel

- *Legyen V egyszerű R-modulus*
- *χ $\bar{F} \otimes_F V$-nek egy egyszerű részmodulusának a karaktere*

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra
- $\bar{F}$ az F algebrai lezártja, $\bar{F}R := \bar{F} \otimes_F R$.

Tétel

- *Legyen V egyszerű R-modulus*
- *χ $\bar{F} \otimes_F V$-nek egy egyszerű részmodulusának a karaktere*
- $E := \mathrm{End}_R(R \otimes_A V)^{\mathrm{op}}$

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra
- $\bar{F}$ az F algebrai lezártja, $\bar{F}R := \bar{F} \otimes_F R$.

Tétel

- *Legyen V egyszerű R-modulus*
- χ $\bar{F} \otimes_F V$*-nek egy egyszerű részmodulusának a karaktere*
- $E := \mathrm{End}_R(R \otimes_A V)^{\mathrm{op}}$
- $F(\chi_A) = F(\{\chi(a) \mid a \in A\}) = F(\{\chi(a) \mid a \in A \cap Z(R)\})$

Karakterek

Absolút irreducibilis karakterhez rendelünk egy Clifford-osztályt.

- F nulla karakterisztikájú test
- R erősen G-vel fokszámozott F-algebra
- $\bar{F}$ az F algebrai lezártja, $\bar{F}R := \bar{F} \otimes_F R$.

Tétel

- *Legyen V egyszerű R-modulus*
- *χ $\bar{F} \otimes_F V$-nek egy egyszerű részmodulusának a karaktere*
- $E := \mathrm{End}_R(R \otimes_A V)^{\mathrm{op}}$
- $F(\chi_A) = F(\{\chi(a) \mid a \in A\}) = F(\{\chi(a) \mid a \in A \cap Z(R)\})$

Akkor E centrális egyszerű G-vel fokszámozott $F(\chi_A)$-algebra.

Egy karakter Clifford-osztálya

Definíció

$[\chi]$ az $[E]$ Clifford-osztály $\mathrm{Cliff}(G, F(\chi_A))$-en.

Egy karakter Clifford-osztálya

Definíció

$[\chi]$ az $[E]$ Clifford-osztály $\mathrm{Cliff}(G, F(\chi_A))$-en.

Mi történik ha két karakter Clifford-osztálya egyenlő?

Egy karakter Clifford-osztálya

Definíció

$[\chi]$ az $[E]$ Clifford-osztály $\mathrm{Cliff}(G, F(\chi_A))$-en.

Mi történik ha két karakter Clifford-osztálya egyenlő?

Hipotézisek

- $\mathrm{char} F = 0$, $\bar{F}$ az F algebrai lezártja

Egy karakter Clifford-osztálya

Definíció

$[\chi]$ az $[E]$ Clifford-osztály $\mathrm{Cliff}(G, F(\chi_A))$-en.

Mi történik ha két karakter Clifford-osztálya egyenlő?

Hipotézisek

- $\mathrm{char} F = 0$, $\bar{F}$ az F algebrai lezártja
- R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebras, $A := R_1$, $B := S_1$.

Egy karakter Clifford-osztálya

Definíció

$[\chi]$ az $[E]$ Clifford-osztály $\mathrm{Cliff}(G, F(\chi_A))$-en.

Mi történik ha két karakter Clifford-osztálya egyenlő?

Hipotézisek

- $\mathrm{char} F = 0$, $\bar{F}$ az F algebrai lezártja
- R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebras, $A := R_1$, $B := S_1$.
- χ $\bar{F}R$-nek egy irreducibilis karaktere, és η $\bar{F}S$-nek egy irreducibilis karaktere

Egy karakter Clifford-osztálya

Definíció

$[\chi]$ az $[E]$ Clifford-osztály $\mathrm{Cliff}(G, F(\chi_A))$-en.

Mi történik ha két karakter Clifford-osztálya egyenlő?

Hipotézisek

- $\mathrm{char} F = 0$, $\bar{F}$ az F algebrai lezártja
- R és S erősen G-vel fokszámozott F-algebras, $A := R_1$, $B := S_1$.
- χ $\bar{F}R$-nek egy irreducibilis karaktere, és η $\bar{F}S$-nek egy irreducibilis karaktere
- Feltételezzük, hogy $F = F(\chi_A) = F(\eta_A)$, tehát $[\chi]$, $[\eta] \in \mathrm{Cliff}(G, F)$.

Karakterek megfeleltetése

Tétel

Tételezzük fel, hogy $[\chi] = [\eta]$. *Ekkor:*

Karakterek megfeleltetése

Tétel

Tételezzük fel, hogy $[\chi] = [\eta]$. *Ekkor:*
$1)$ *Minden* $H \leq G$ *esetén létezik egy izometria* $\mathrm{Char}(\bar{F}R_H|\chi_A)$ *és* $\mathrm{Char}(\bar{F}S_H|\chi_B)$ *között.*

Karakterek megfeleltetése

Tétel

Tételezzük fel, hogy $[\chi] = [\eta]$. *Ekkor:*
1) *Minden* $H \leq G$ *esetén létezik egy izometria* $\mathrm{Char}(\bar{F}R_H|\chi_A)$ *és* $\mathrm{Char}(\bar{F}S_H|\chi_B)$ *között.*
2) *A fenti izometria kommutál a karakterek indukciójával, leszükítésével és* G*-konjugálásával, valamint a* $\bar{F}H$*-beli karakterekkel való szorzással.*

Karakterek megfeleltetése

Tétel

Tételezzük fel, hogy $[\chi] = [\eta]$. *Ekkor:*
1) *Minden* $H \leq G$ *esetén létezik egy izometria* $\mathrm{Char}(\bar{F}R_H|\chi_A)$ *és* $\mathrm{Char}(\bar{F}S_H|\chi_B)$ *között.*
2) *A fenti izometria kommutál a karakterek indukciójával, leszükítésével és* G*-konjugálásával, valamint a* $\bar{F}H$*-beli karakterekkel való szorzással.*
3) *A fenti izometria kommutál a karakterek* $\mathrm{Gal}(\bar{F}/F)$*-conjugálásával.*

Karakterek megfeleltetése

Tétel

Tételezzük fel, hogy $[\chi] = [\eta]$. *Ekkor:*
1) *Minden* $H \leq G$ *esetén létezik egy izometria* $\mathrm{Char}(\bar{F}R_H|\chi_A)$ *és* $\mathrm{Char}(\bar{F}S_H|\chi_B)$ *között.*
2) *A fenti izometria kommutál a karakterek indukciójával, leszükítésével és* G*-konjugálásával, valamint a* $\bar{F}H$*-beli karakterekkel való szorzással.*
3) *A fenti izometria kommutál a karakterek* $\mathrm{Gal}(\bar{F}/F)$*-conjugálásával.*
4) *Megfelelő karakterek értékek teste, Schur-indexe, Clifford osztálya megegyeznek.*

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.
- Legyen $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol e_i primitív $Z(A)$-ban.

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.
- Legyen $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol e_i primitív $Z(A)$-ban.
- $K := e_1 Z(A)$.

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.
- Legyen $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol e_i primitív $Z(A)$-ban.
- $K := e_1 Z(A)$.

Definíció

$I := C_G(K)$ R-nek egy *inerciacsoportja*.

- Az R inerciacsoportjai konjugáltsági osztályt képeznek.

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.
- Legyen $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol e_i primitív $Z(A)$-ban.
- $K := e_1 Z(A)$.

Definíció

$I := C_G(K)$ R-nek egy *inerciacsoportja*.

- Az R inerciacsoportjai konjugáltsági osztályt képeznek.
- Ez invariáns fokszámozott Morita-ekvivalenciara nézve.

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.
- Legyen $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol e_i primitív $Z(A)$-ban.
- $K := e_1 Z(A)$.

Definíció

$I := C_G(K)$ R-nek egy *inerciacsoportja*.

- Az R inerciacsoportjai konjugáltsági osztályt képeznek.
- Ez invariáns fokszámozott Morita-ekvivalenciara nézve.
- K/F Galois-bővítés melynek Galois-csoportja $C_G(e)/I$

Invariánsok: inerciacsoportok

- R centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra, $R_1 =: A$.
- Legyen $1 = e_1 + \cdots + e_n$, ahol e_i primitív $Z(A)$-ban.
- $K := e_1 Z(A)$.

Definíció

$I := C_G(K)$ R-nek egy *inerciacsoportja*.

- Az R inerciacsoportjai konjugáltsági osztályt képeznek.
- Ez invariáns fokszámozott Morita-ekvivalenciara nézve.
- K/F Galois-bővítés melynek Galois-csoportja $C_G(e)/I$
- Az inerciacsoportok halmaza invariáns testbővítésekre vonatkozóan.

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$
- $\mathcal{I}$: $f \in A$ primitív centrális idempotensek melyre $C_G(fZ(A)) = I$

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$
- $\mathcal{I}$: $f \in A$ primitív centrális idempotensek melyre $C_G(fZ(A)) = I$
- $e := \sum_{f\in\mathcal{I}} f = \mathrm{Tr}^H_{C_G(f)} f$, H-invar. centrális idemp. A-ban.

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$
- $\mathcal{I}$: $f \in A$ primitív centrális idempotensek melyre $C_G(fZ(A)) = I$
- $e := \sum_{f \in \mathcal{I}} f = \mathrm{Tr}^H_{C_G(f)} f$, H-invar. centrális idemp. A-ban.

Definíció

$D = D(R, I) := C_R(eA)$ az R I-centroidja.

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$
- $\mathcal{I}$: $f \in A$ primitív centrális idempotensek melyre $C_G(fZ(A)) = I$
- $e := \sum_{f \in \mathcal{I}} f = \mathrm{Tr}^H_{C_G(f)} f$, H-invar. centrális idemp. A-ban.

Definíció

$D = D(R, I) := C_R(eA)$ az R I-centroidja.

Tétel

1) *D erősen I-vel fokszámozott F-algebra, H hat D-re, D_1 féligegyszerű, $D_1^H = F$, és $\dim_F D = |H|$.*

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$
- $\mathcal{I}$: $f \in A$ primitív centrális idempotensek melyre $C_G(fZ(A)) = I$
- $e := \sum_{f\in\mathcal{I}} f = \mathrm{Tr}^H_{C_G(f)} f$, H-invar. centrális idemp. A-ban.

Definíció

$D = D(R, I) := C_R(eA)$ az R I-centroidja.

Tétel

1) *D erősen I-vel fokszámozott F-algebra, H hat D-re, D_1 féligegyszerű, $D_1^H = F$, és* $\dim_F D = |H|$.
2) *Ha* $[R] = [S]$ $\mathrm{Cliff}(F, G)$*-ben, akkor* $D(R, I) \simeq D(S, I)$

Invariánsok: az I-centroid

- I inerciacsoportja R-nek, $H := N_G(I)$
- $\mathcal{I}$: $f \in A$ primitív centrális idempotensek melyre $C_G(fZ(A)) = I$
- $e := \sum_{f \in \mathcal{I}} f = \mathrm{Tr}^H_{C_G(f)} f$, H-invar. centrális idemp. A-ban.

Definíció

$D = D(R, I) := C_R(eA)$ az R I-centroidja.

Tétel

1) *D erősen I-vel fokszámozott F-algebra, H hat D-re, D_1 féligegyszerű, $D_1^H = F$, és $\dim_F D = |H|$.*
2) *Ha $[R] = [S]$ $\mathrm{Cliff}(F, G)$-ben, akkor $D(R, I) \simeq D(S, I)$*
3) *F'/F bővítés, akkor $D(R \otimes_F F', I) \simeq D(R, I) \otimes_F F'$.*

G-algebra I-centroidja

- A centrális egyszerű G-algebra over F-felett.
- Legyen $R := A * G$; I, H és e mint fennebb.

G-algebra I-centroidja

- A centrális egyszerű G-algebra over F-felett.
- Legyen $R := A * G$; I, H és e mint fennebb.

Definíció (Turull)

Az A $\Delta = \Delta(A, I)$ I-centroidja a köv. absztrakt direkt összeg: $\Delta = \bigoplus_{g \in I} \Delta_g$, ahol

$$\Delta_g = \{a \in Ae \mid \text{ for all } b \in Ae,\ ab = {}^g ba\}.$$

G-algebra I-centroidja

- A centrális egyszerű G-algebra over F-felett.
- Legyen $R := A * G$; I, H és e mint fennebb.

Definíció (Turull)

Az A $\Delta = \Delta(A, I)$ I-centroidja a köv. absztrakt direkt összeg: $\Delta = \bigoplus_{g \in I} \Delta_g$, ahol

$$\Delta_g = \{a \in Ae \mid \text{ for all } b \in Ae,\ ab = {}^g ba\}.$$

Megjegyzés

A $\Delta(A, I) \to D(R, I)$, $\quad a \mapsto ag, \quad (a \in \Delta_g,\ g \in G)$ függvény izomorfizmus I-vel fokszámozott H-algebrák között.

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Helyetthesitjük R-et $R' = e_1 R e_1$-gyel. (Így A egyszerű)

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Helyetthesitjük R-et $R' = e_1 R e_1$-gyel. (Így A egyszerű)
Akkor $D = C_R(A)$ erősen I-vel fokszámozott G-algebra,
$D_1 = Z(A) = K$, $K^G = F$.

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Helyetthesitjük R-et $R' = e_1 Re_1$-gyel. (Így A egyszerű)
Akkor $D = C_R(A)$ erősen I-vel fokszámozott G-algebra,
$D_1 = Z(A) = K$, $K^G = F$.

Struktúratétel

1) $C_D(Q) \simeq F_\eta I$, *ahol* $\eta \in Z^2(I, F^\times)$.

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Helyetthesitjük R-et $R' = e_1 R e_1$-gyel. (Így A egyszerű)
Akkor $D = C_R(A)$ erősen I-vel fokszámozott G-algebra,
$D_1 = Z(A) = K$, $K^G = F$.

Struktúratétel

1) $C_D(Q) \simeq F_\eta I$, *ahol* $\eta \in Z^2(I, F^\times)$.
2) $C_D(Q)_{I \cap Q} = F_\eta(I \cap Q)$ *részalgebrája* $Z(C_D(Q))$*-nek.*

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Helyetthesitjük R-et $R' = e_1 R e_1$-gyel. (Így A egyszerű)
Akkor $D = C_R(A)$ erősen I-vel fokszámozott G-algebra,
$D_1 = Z(A) = K$, $K^G = F$.

Struktúratétel

1) *$C_D(Q) \simeq F_\eta I$, ahol $\eta \in Z^2(I, F^\times)$.*
2) *$C_D(Q)_{I \cap Q} = F_\eta(I \cap Q)$ részalgebrája $Z(C_D(Q))$-nek.*
3) *A szorzás indukálja a $K \otimes_F C_D(Q) \simeq D$ izomorfizmust.*

Komplementumos centroid

Definíció

Tételezzük fel, hogy $I \trianglelefteq G$. Azt mondjuk, hogy Q *komplementuma* D-nek ha $Q \subseteq Z(G)$, $Q \cap I$ triviálisan hat D-re, és $G = QI$.

Helyetthesitjük R-et $R' = e_1 R e_1$-gyel. (Így A egyszerű)
Akkor $D = C_R(A)$ erősen I-vel fokszámozott G-algebra,
$D_1 = Z(A) = K$, $K^G = F$.

Struktúratétel

1) *$C_D(Q) \simeq F_\eta I$, ahol $\eta \in Z^2(I, F^\times)$.*
2) *$C_D(Q)_{I \cap Q} = F_\eta(I \cap Q)$ részalgebrája $Z(C_D(Q))$-nek.*
3) *A szorzás indukálja a $K \otimes_F C_D(Q) \simeq D$ izomorfizmust.*
4) *Létezik $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ melynek I-re való leszűkítése η, és $F_\xi Q \subseteq Z(F_\xi G)$.*

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Feltételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Feltételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Felételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Feltételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Theorem

Létezik S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra amelyre:

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Feltételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Theorem

Létezik S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra amelyre:

- $Z(S_1) = F$ *(tehát S_1 centrális egyszerű F-algebra),*

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Felételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Theorem

Létezik S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra amelyre:

- $Z(S_1) = F$ *(tehát S_1 centrális egyszerű F-algebra),*
- *S inerciacsoportja $C_G(F) = G$,*

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Felételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Theorem

Létezik S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra amelyre:

- $Z(S_1) = F$ *(tehát S_1 centrális egyszerű F-algebra),*
- S *inerciacsoportja* $C_G(F) = G$,
- S *centroidja* $D(S, G) = C_S(S_1) \simeq F_\xi G$,

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Feltételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Theorem

Létezik S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra amelyre:

- $Z(S_1) = F$ *(tehát S_1 centrális egyszerű F-algebra),*
- S *inerciacsoportja* $C_G(F) = G$,
- S *centroidja* $D(S, G) = C_S(S_1) \simeq F_\xi G$,
- Q *komplementuma* $D(S, G)$*-nek,*

Komplementumos centroid: felbontástétel

- Felételezzük, hogy A centrális egyszerű K-algebra.
- Legyen Q komplementuma $D = D(R, I)$-nek.
- Legyen $\eta \in Z^2(I, F^\times)$ és $\xi \in Z^2(G, F^\times)$ mint fennebb.

Theorem

Létezik S centrális egyszerű G-vel fokszámozott F-algebra amelyre:

- $Z(S_1) = F$ *(tehát S_1 centrális egyszerű F-algebra),*
- S *inerciacsoportja* $C_G(F) = G$,
- S *centroidja* $D(S, G) = C_S(S_1) \simeq F_\xi G$,
- Q *komplementuma* $D(S, G)$*-nek,*
- $[R] = [S \otimes_F K]$ $\mathrm{Cliff}(G, F)$*-ben.*

Irodalom

- Broué, M.: *Equivalences of blocks of group algebras*, in Finite-dimensional algebras and related topics (Ottawa, ON, 1992), NATO Adv. Sci. Inst. Ser. C Math. Phys. Sci., 424, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1994, 1–26.
- Herman, A.: *Clifford theory with Schur indices in projective representation theory*. Comm. Algebra **32** (2004), 3797–3806.
- Marcus, A.: Equivalences induced by graded bimodules. Communications in Algebra **26** (1998), 713–731.
- Marcus, A.: Characters and equivalence classes of central simple group graded algebras. Preprint 2006.

Irodalom

- Riese, U. and Schmid, P.: Schur indices and Schur groups II. J. Algebra **182** (1996), 183–200.
- Turull, A.: Clifford theory with Schur indices. J. Algebra **170** (1994), 661–677.
- Turull, A.: *Some invariants for equivalent G-algebras*. J. Pure Appl. Algebra **98** (1995), 209-222.
- Turull, A.: Equivalence of G-algebras with complemented centroid. Comm. Algebra **22** (1994), 5037–5078.
- Turull, A.: Reduction theorems for Clifford classes. To appear.