UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI
Facultatea de Matematică şi Informatică

Babeş-Bolyai University Cluj-Napoca

Faculty of Mathematics and Computer Science

400084 Cluj-Napoca, CP 253, Romania

Raport ştiinţific

privind implementarea proiectului

Transfer de Masă şi Căldură în Nanofluid

(cod: PN-III-P4-ID-PCE-2016-0036)

in perioada iulie 2017 – decembrie 2017

Obiective:

O1. Studiul punctului de stagnare a unei curgeri rotationale axisimetrice in nanofluide pe o suprafata ce se extinde/contracta folosind modelul matematic a lui Buongiorno

Noul concept de nanofluide a fost, prima dată propus de Choi (1995) ca o metodă de creşterea performanţei transferului de căldură în fluide. Choi a demonstrat că transferul de căldură poate fi mărit prin folosirea diferitelor tehnici şi metode, precum crescând fie transferul de căldură a suprafeţei, fie coeficientul transferului de căldură dintre fluid şi suprafaţă, care permite un transfer mai mare de căldură întrun volum relativ mic de fluid. Nanofluidele apar, în mod natural, într-o mulţime de situaţii care, recent, au atras o mulţime de cercetători din diverse domenii, precum chimişti, ingineri, biologi,panouri solare, creşterea cristalelor, etc. Este important de menţonat că multe lucrări despre nanofluide se pot găsi în cărţile lui Nield aşi Bejan (2013), şi Shenoy et al. (2016), precum în lucrările review de Buongiorno (2006), Mahian et al. (2013), Myers et al. (2017), etc.

În perioada 12 iulie 2017 – 31 decembrie 2017 a fost publicată în jurnal cotat ISI următorul articol:

1. M.A. Sheremet, I. Pop and O. Mahian, Natural convection in an inclined cavity with time-periodic temperature boundary conditions using nanofluids: Application in solar collectors. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 116 (2018) 751–761. **Impact factor for 2016: 3.458.**

În perioada 12 iulie 2017 – 31 decembrie 2017 au fost acceptate sau trimise spre publicare în jurnale cotate ISI următoarele articole:

2. Cornelia Revnic, Eiyad Abu –Nada, Teodor Grosan and Ioan Pop, Natural convection in a rectangular cavity filled with nanofluids: effect of variable viscosity**.** *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* (accepted). **Impact factor for 2016: 1.713.**

3. M. Sheremet, I. Pop and A.V. Roşca, The influence of thermal radiation on unsteady free convection in inclined enclosures filled by a nanofluid with sinusoidal boundary conditions. . *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*. **Impact factor for 2016: 1.713.**

4. Natalia C. Roşca, Alin V. Roşca, Ioan Pop, MHD stagnation-point flow and heat transfer of a nanofluid over a stretching/shrinking sheet with melting, convective heat transfer and second order slip. *Applied Mathematics and Computations* (sent for publiction). **Impact factor for 2016: 1.738.**

5. Teodor Groşan, Mikhail A. Sheremet, Ioan Pop and Serban Rareş Pop, Double-diffusive natural convection in a differentially heated wavy cavity under thermophoresis effect, AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer (sent for publication)). **Impact factor for 2016**: **1.315**

În perioada 12 iulie 2017 – 31 decembrie 2017 s-au prezentat la conferinte:

6. Natalia C. Rosca, Cost Action CA15119 (NANOUPTAKE) for the 2nd Grant Period (Lisbon, Portugal, 9 to 12 October 2017), where She has presented the paper: Axisymmetric rotational stagnation point flow impinging radially a permeable stretching/shrinking surface in a nanofluid using Tiwari and Das model by Natalia C. Roşca and Ioan Pop.

7. Alin Rosca, Cost Action CA15119 (NANOUPTAKE) for the 2nd Grant Period (Lisbon, Portugal, 9 to 12 October 2017), where he has presented the paper: MHD oblique stagnation-point flow for a Boussinesquian nanofluid past a stretching/shrinking sheet using Buongiorno's model by A. Borrelli[a], G. Giantesio, M.C. Patria, N.C. Roşca, A.V. Roşca and I. Pop.

În perioada 12 iulie 2017 – 31 decembrie 2017 sunt in curs de elaborare următoarele articole:

8. Teodor Grosan, Ioan Pop, Flow and heat transfer over a permeable bi-axial stretching/shrinking sheet in a nanofluid.

9. J.H. Merkin, N.C. Rosca, A.V. Rosca, I. Pop, Nanofluid flow by a permeable stretching/shrinking cylinder.

10. M.A. Sheremet, I. Pop, A.C. Baytaş, Non-equilibrium natural convection in a differentially heated nanofluid cavity partially field with a porous medium

11. M.A. Sheremet, I. Pop, Marangoni natural convection in a cubical cavity filled with a nanofluid: Buongiorno's nanofluid model

Lucrarea 1. Natural convection in an inclined cavity with time-periodic temperature boundary conditions using nanofluids: Application in solar collectors.

În această lucrare se studiază numeric convecţia naturală a alumina-apă nanofluid în interiorul unei cavităţi patrate cu temperatură sinuidală dependentă de timp. Domeniul de interest este o cavitate pătrată având peretele $\bar{x} = L$ menţinut la o temperatură constantă, în timp ce temperatura peretelui $\bar{x} = 0$ este o funcţie sinusoidală de timp, ceilalţi doi pereţi fiinf adiabatici. Ecuaţiile adimensionale ale problemei, formulate folosind funcţia de curent, rotaţionalul şi temperatura sunt

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \tag{1}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u\frac{\partial \omega}{\partial x} + v\frac{\partial \omega}{\partial y} = H_1\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) + H_2\left\{\frac{\partial \theta}{\partial x}\cos(\alpha) - \frac{\partial \theta}{\partial y}\sin(\alpha)\right\} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{H_3}{\sqrt{Ra \cdot Pr}}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

împreună cu condiţiile la limită

$$\begin{aligned}
&\tau = 0:\ \psi = 0,\ \omega = 0,\ \theta = 0.5 \text{ at } 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1;\\
&\tau > 0:\ \psi = 0,\ \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,\ \theta = sin(f\tau) \text{ at } x = 0,\ 0 \le y \le 1;\\
&\qquad \psi = 0,\ \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,\ \theta = 0 \text{ at } x = 1,\ 0 \le y \le 1;\\
&\qquad \psi = 0,\ \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \text{ at } y = 0, 1,\ 0 \le x \le 1
\end{aligned} \tag{4}$$

În scopul determinării transferului total de căldură de la peretele vertical stâng al cavităţii cu ajutorul numărului local Nusselt $Nu = (k_{nf} / k_f)(-\partial \theta / \partial x)_{x=0}$. Astfel, numărul lui Nusselt mediat $\overline{Nu}$ este definit de $\overline{Nu} = \int_0^1 Nu\, d\, y$.

Equaţiile (1)–(3), împreună cu condiţiile la limită (4) au fost rezolvate numeric folosind metoda diferenţelor finite de ordinal doi (Sheremet and Pop, 2015; Sheremet et al. 2014,2015). În scopul validării prezentei metode numerice, ea a fost comparată cu rezultatele experimentale (Ho et al., 2010) şi numerice (Saghir et al., 2016). Valorile lui $\overline{Nu}$ penru $\phi = 1\%$, $Ra = 7.74547 \times 10^7$ şi $\mathrm{Pr} = 7.0659$ sunt: 32.2037 (Ho et al., 2010) şi 30.657 (Shagir et al., 2016). Se poate vedea, astfel, că rezultatele obţinute în prezenta lucrare, demonstrează că ele sunt corecte. Liniile de current şi izoterme sunt prezentate în Fig. 1 şi 2 pentru $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\alpha = 0$ cu $\phi = 0.03$.

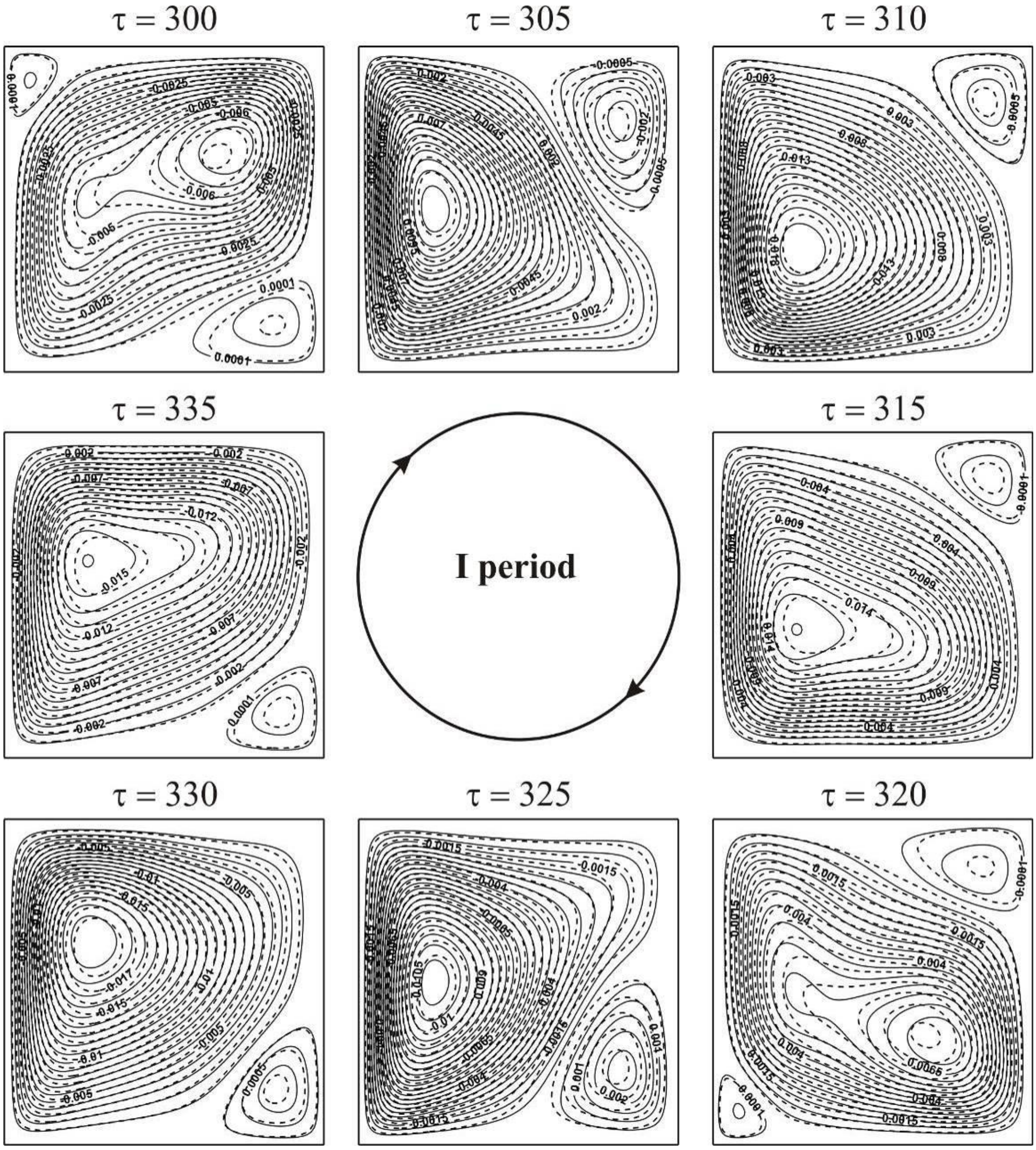


Fig. 1. Liniile de current pentru o perioadă de oscilaţie pentru $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\alpha = 0$ şi $\phi = 0.0$ (liniile continue), $\phi = 0.03$ (liniile punctate).

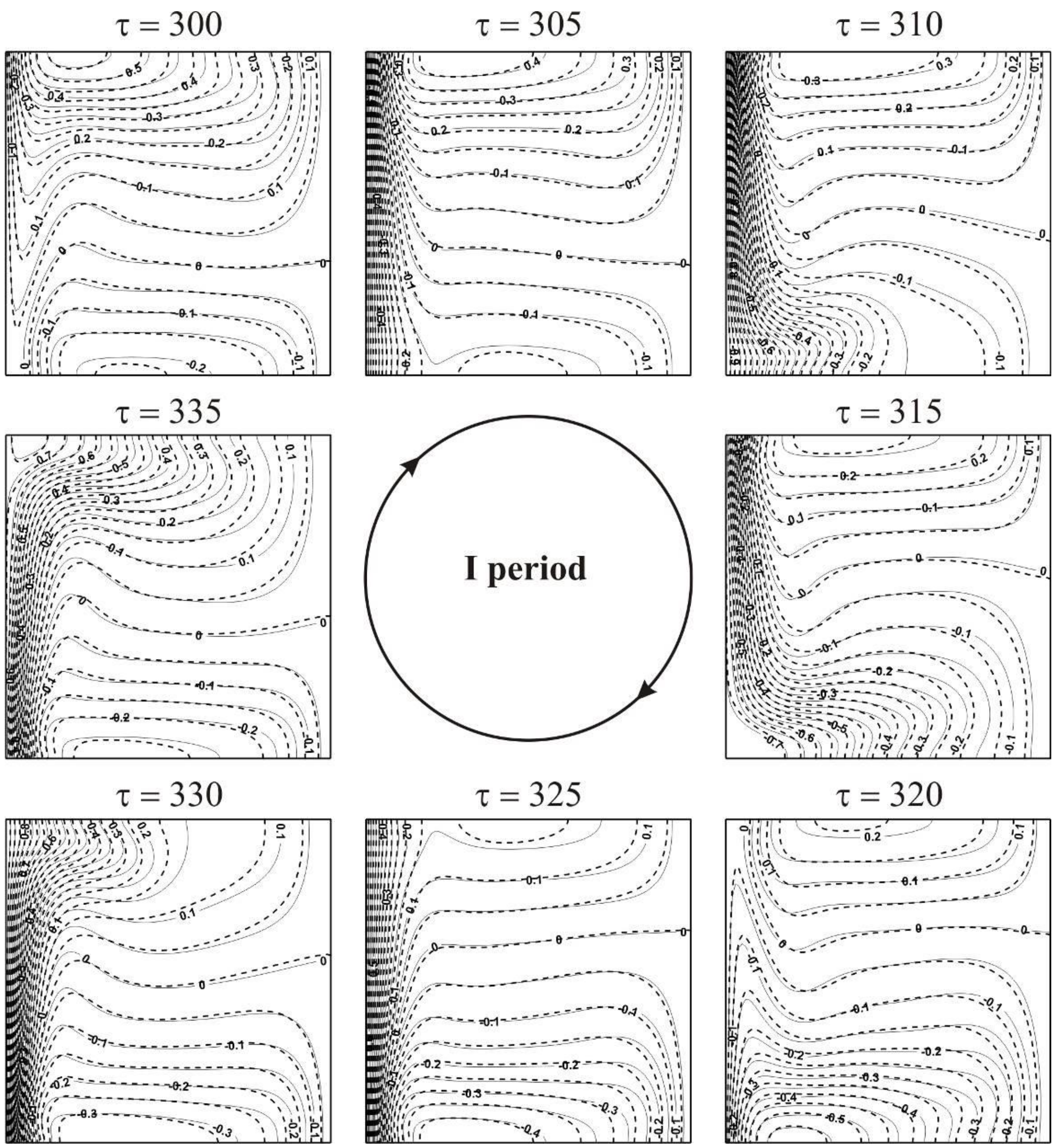


Fig. 2. Liniile isoterme pentru o perioadă de oscilaţie pentru $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\alpha = 0$ şi $\phi = 0.0$ (liniile continue), $\phi = 0.03$ (liniile punctate).

Lucrarea 2. Natural convection in a rectangular cavity filled with nanofluids: effect of variable Viscosity

Considerăm o mișcare liberă într-o cavitate pătrată umplută cu nanofluidul CuO-apă. Notăm lungimea și lățimea cavității prin *H*, respectiv, *W*. Peretele stâng este incălzit si menținut la temperature constantă T_H , iar peretele drept este răcit si menținut la temperature constantă T_C unde

$T_H > T_C$, și pereți de sus și de jos sunt considerați adiabatici. Fluxul nanoparticulelor este $j_p = -\left(\rho_p D_B \nabla\overline{\varphi} + \rho_p D_T \dfrac{\nabla T}{T_C}\right)$ considerat zero pe pereții cavității. Difuzivitatea termică, densitatea și capacitatea de căldură a nanofluidului sunt date de:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}}, \quad \rho_{nf} = (1-\varphi_b)\rho_f + \varphi_b\,\rho_p, \quad (\rho C_p)_{nf} = (1-\varphi_b)(\rho C_p)_f + \varphi_b\,(\rho C_p)_p \qquad (1)$$

unde *b* este concentrația de volum medie a nanoparticolelor din interiorul cavității. Conductivitatea termică efectivă a nanofluidului k_{nf} este exprimată după modelul:

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = 1 + 64.7\varphi_b^{\,0.7640}\left(\frac{d_{bf}}{d_p}\right)^{0.3690}\left(\frac{k_{bf}}{k_p}\right)^{0.7476}\mathrm{Pr}_T^{\,0.9955}\,\mathrm{Re}^{1.2321} \qquad (2)$$

unde $\mathbf{Pr}_T$ și Re sunt definite ca $\mathrm{Pr}_T = \dfrac{\mu_f}{(\rho\alpha)_f}, \quad \mathrm{Re} = \dfrac{\rho_f k_b T}{3\pi\mu_f^2 l_f}$

Ecuațiile adimensionale ce guvernează mișcarea nanofluidului sunt:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\left(\omega\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\omega\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = {} & K_1\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\omega}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)\right] + K_2\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) + 4K_1\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial V}{\partial y}\right)\\ & + K_1\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\mu}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right) + K_1\left(\frac{\partial\mu}{\partial x}\frac{\partial\omega}{\partial x} + \frac{\partial\mu}{\partial y}\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)\end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\left(\theta\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\theta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = {} & L_1\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)\right]\\ & + L_2\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial y}\right) + L_3\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)^2\right]\end{aligned} \qquad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\phi\frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\phi\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = \frac{\mathrm{Pr}}{Sc}\left[\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{1}{N_{BT}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right)\right] \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -\omega \qquad (6)$$

Considerăm condițiile limită pentru aceste ecuații

1- Pe peretele cald $x = 0$: $\psi = 0, \quad \omega = -\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}, \quad \theta = 1, \quad J_p = 0$

2- Pe peretele rece $x = 1$: $\psi = 0, \quad \omega = -\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}, \quad \theta = 0, \; J_p = 0$ (7)

3- Pe pereții de sus și de jos $y=1$ and $y=0$: $\psi=0, \quad \omega=-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial\theta}{\partial y}=0, J_p=0$

Considerăm pentru primul exemplu următoare expresie a vâscozității $\overline{\mu}_{\mathrm{CuO}}(\overline{\varphi},T)$ in formă adimensională.

$$
\begin{aligned}
\mu_{\mathrm{CuO}}(\varphi,T) &= -0.6967+\frac{15.937}{T_C+\Delta T\,\theta}+1.238\varphi_b\,\phi+\frac{1356.14}{(T_C+\Delta T\,\theta)^2}-0.259\varphi_b^2\,\phi^2 \\
&-30.88\frac{\varphi_b\,\phi}{T_C+\Delta T\,\theta}-\frac{19652.74}{(T_C+\Delta T\,\theta)^3}+0.01593\varphi_b^3\,\phi^3+4.38206\frac{\varphi_b^2\,\phi^2}{T_C+\Delta T\,\theta} \\
&+147.573\frac{\varphi_b\,\phi}{(T_C+\Delta T\,\theta)^2}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

respective, pentru al doilea exemplu,

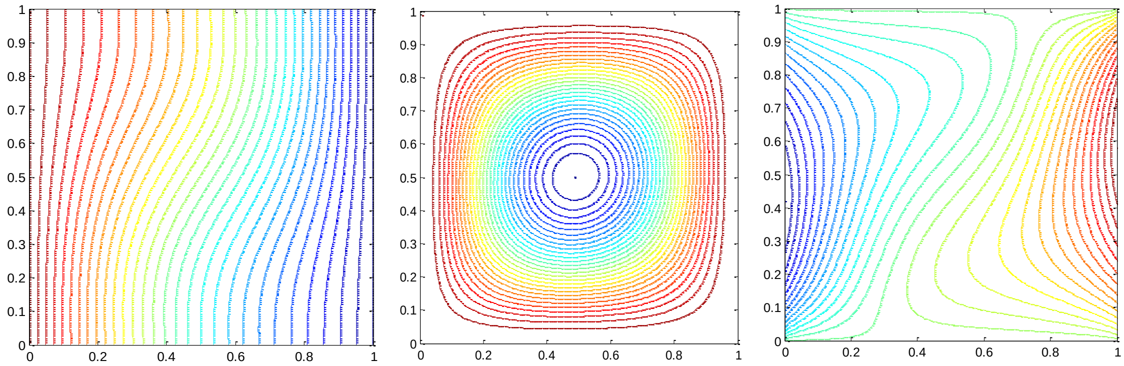
$$
\ln\mu_{\mathrm{CuO}}(\varphi,T)=A\left(\frac{1}{T_c+\Delta T\theta}\right)-B, \tag{9}
$$

unde $A=20587\,{\varphi_b}^2\phi+15857\,\varphi_b\phi+1078.3$ și $B=-107.12{\varphi_b}^2\phi+53.548\varphi_b\phi+2.8715$

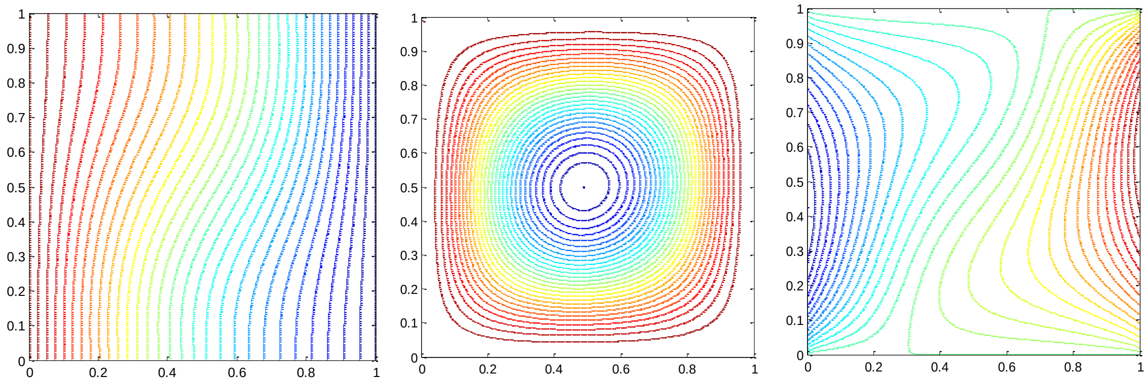
Transferul de căldură este dat de numărul lui Nuselt și a lui Sherwood mediu prin

$$
Nu_{avg}=\int_0^1 Nu(y)dy, \quad Sh_{avg}=\int_0^1 Sh(y)dy \tag{10}
$$

Folosim schema diferențelor finite centrale pentru a rezolva ecuațiile diferențiale parțiale împreună cu condițiile la limită. Sistemul algebric obținut după discretizare a fost rezolvat folosind iterația Gauss-Seidel pentru grid uniform. Conform analizei dependenței de retea am decis ca reteaua având 150x150 puncte este potrivită pentru acestă problemă si următorul criteriu a fost folosit pentru a verifica convergența acestei metode $\frac{\left\|\Theta^{\mathrm{new}}-\Theta^{\mathrm{old}}\right\|}{\left\|\Theta^{\mathrm{new}}\right\|}\le\delta$ unde Θ este una din variabilele ω, ψ, θ sau ϕ, și δ este eroarea prescrisă, cedepinde de valorile parametrilor ce guvernează mișcarea și are valoarea 10^{-8}. Valorile parametrilor ce intervin în rezolvarea ecuațiilor guvernante împreună cu condițiile la limită sunt numărul lui $Ra=10^3, 10^4$ și 10^5, fracția de volum $\varphi_b=0.02$ și 0.05 iar diferența de temperature între peretele cald și rece este fixate la 10^0C. Temperatura peretelui rece si cald este luată ca $T_c=22^0C, 40^0C, 70^0C$ și $T_h=32^0C, 50^0C, 80^0C$.



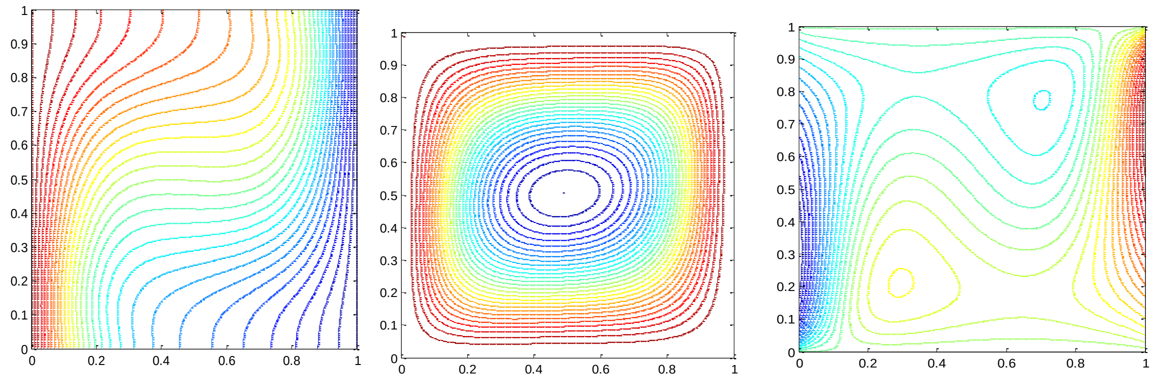
a)



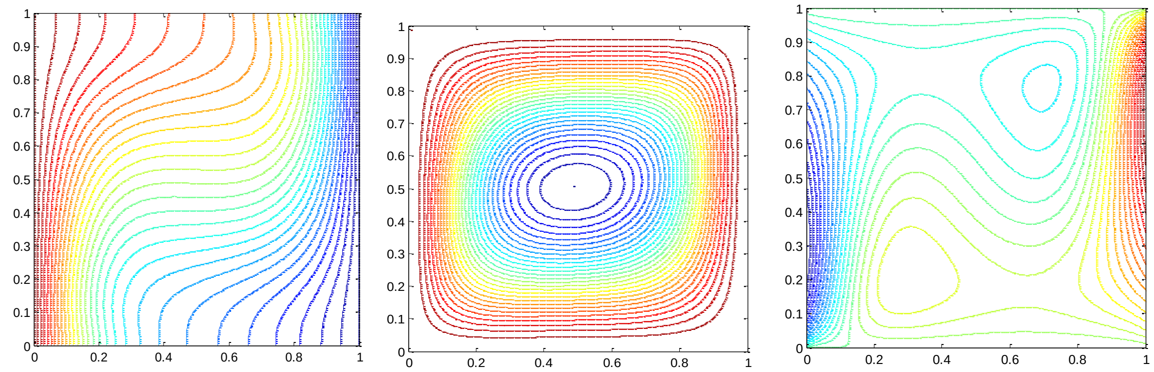
b)

Fig. 1. Izotermele, linii de current și liniile concentrațiilor pentru diferite valori ale fracției de volum pentru Ra = 10^3, T_C =22°, T_h =32°, a) φ_b = 0.02, b) φ_b = 0.05.

Influența fracției de volum φ_b asupra izotermelor, liniilor de current si concentrației de volum pentru vîscozitatea dinamică a nanofluidului și pentru temperatura peretelui egală cu $T_h = 32^oC$ și $T_c = 22^oC$ sunt afișate in Fig. 1. Se observă că atunci când convecția este în domeniul $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ transferal de căldură de la peretele cald la peretele rece crește. De asemenea, mișcarea fluidului crește iar imaginea concentrației de volum ϕ este puternic modificată de distribuția temperaturii. Mai mult, pentru $Ra = 10^3$ se formează un singur vortex central al liniilor de current (Fig. 1) în timp ce pentru $Ra = 10^5$ acestea prezintă două vortex-uri (Fig. 2). După cum se vede din Fig. 2, are loc un transport energetic mare de nanoparticule. In plus, pentru toate valorile lui Ra, vortex-ul central al liniilor de current se rotesc in sensul acelor de ceasornic pe măsură ce fracția de volum φ_b crește. Grosimea stratului limită crește cu, creșterea lui Ra.



a)



b)

Fig. 2. Izotermele, linii de current și liniile concentrațiilor pentru diferite valori ale fracției de volum pentru Ra = 10^4, T_C =22^o, T_h =32^o, a) φ_b = 0.02, b) φ_b = 0.05.

Lucrarea 3. The influence of thermal radiation on unsteady free convection in inclined enclosures filled by a nanofluid with sinusoidal boundary conditions

1. Modelul matematic al problemei

Modelul fizic de convectie libera intr-o cavitate patrata inclinata umpluta cu Al_2O_3-apa nanofluid si sistemul de coordonate sunt prezentate schematic in figura 1. Domeniul de interes include cavitatea umpluta cu nanofluid (vezi Fig. 1) cu o distributie sinusoidala a temperaturii de-a lungul peretelui stang. Peretii orizontali sunt adiabatici, in timp ce peretele vertical drept este tinut la temperatura constanta T_c. Presupunem in aceasta analiza ca proprietatile termofizice ale lichidului sunt independente de temperatura, iar curgerea este laminara.

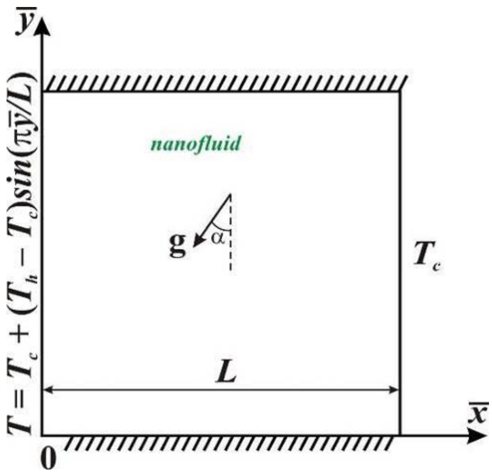


Fig. 1. Reprezentarea schematica a problemei

Nanofluidul este Newtonian si aproximarea Boussinesq este valida. Fluidul de baza si nanoparticulele sunt in echilibru termic. Presupunem ca disipatia vascoasa se neglijeaza. Luand in considerare ipotezele de mai sus ecuatiile ce guverneaza miscarea se pot scrie in forma adimensionala in coordonate carteziene dupa cum urmeaza

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -\omega \tag{1}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau} + u\frac{\partial\omega}{\partial x} + v\frac{\partial\omega}{\partial y} = H_1\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) + H_2\left\{\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos(\alpha) - \frac{\partial\theta}{\partial y}\sin(\alpha)\right\} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{H_3}{\sqrt{Ra\cdot Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

avand conditiile la limita si conditiile initiale

$$\begin{aligned}
&\tau = 0:\ \psi = 0,\ \omega = 0,\ \theta = 0.5 \text{ at } 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1;\\
&\tau > 0:\ \psi = 0,\ \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0,\ \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\ \theta = \sin(\pi y) \text{ at } x = 0,\ 0 \le y \le 1;\\
&\qquad\ \psi = 0,\ \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0,\ \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\ \theta = 0 \text{ at } x = 1,\ 0 \le y \le 1;\\
&\qquad\ \psi = 0,\ \frac{\partial\psi}{\partial y} = 0,\ \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2},\ \frac{\partial\theta}{\partial y} = 0 \text{ at } y = 0,\ 1,\ 0 \le x \le 1
\end{aligned} \tag{4}$$

Cantitatile fizice de interes sunt numarul lui Nusselt local Nu de-a lungul peretelui vertical cu temperatura sinusoidala si numarul lui Nusselt mediu $\overline{Nu}$, care sunt definite astfel

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f}\left(1+\frac{4}{3}R_d\,\frac{k_f}{k_{nf}}\right)\frac{\partial\theta}{\partial x}\bigg|_{x=0}\;,\quad \overline{Nu} = \int_0^1 Nu\,dy \tag{5}$$

2. Metoda numerica si rezultatele obtinute

Ecuatiile (1)-(3) avand conditiile initiale si la limita (4) au fost rezolvate numeric printr-o metoda cu diferente finite de ordinul 2. A fost facut un studiu pentru independenta gridului folosind cinci tipuri de grid de dimensiuni diferite (50×50, 100×100, 200×200, 300×300 si 400×400) cu $Ra = 10^5$, $Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$, $R_d = 1$, $\alpha = 0$. La final, un grid avand dimensiunile 200×200 a fost selectat pentru toate rezultatele numerice.

In acest studiu, investigam convectia naturala tranzitorie a unui nanofluid de tip aluminiu-apa intr-o cavitate patrata inclinata cu temperature sinusoidala de-a lungul peretelui vertical drept. Efectele numarului lui Rayleigh ($Ra = 10^4$–10^6), unghiului de inclinatie ($\alpha = 0$–$\pi/3$), fractiei volumetrice de nanoparticule ($\phi = 0.0$–0.04) si radiatiei ($R_d = 0$–3) in curgerea fluidului si transferului de caldura, pentru $Pr = 7.0$, sunt studiate. Rezultatele sunt prezentate sub forma liniilor de temperatura si liniilor de curent, si deasemenea pentru numarul lui Nusselt mediu si rata de curgere a nanofluidului. Liniile de temperatura si liniile de curent sunt reprezentate continuu pentru fluidul clar ($\phi = 0.0$) si respectiv intrerupt pentru nanofluid ($\phi = 0.04$).

Figura 2 prezinta evolutia liniilor de temperatura si a liniilor de curent pentru $Ra = 10^5$, $\alpha = 0$, $R_d = 1$ in cazul unui fluid clar (linii continue) si a unui nanofluid cu $\phi = 0.04$ (linii intrerupte). Domeniul considerat este o cavitate incalzita diferentiat, unde temperatura de-a lungul peretelui vertical stang variaza de la $y = 0$ pana la 0 at $y = 1$ folosind o lege sinusoidala $\theta = \sin(\pi y)$ cu valoarea maxima 1 la y=0.5. In acelasi timp temperatura de-a lungul peretelui vertical drept este constanta si are o valoare minima egala cu „0”. Luand in considerare gradientul de temperatura orizontala si influenta gravitatiei curgerea convectiva evolueaza in interiorul cavitatii. La $\tau = 1$ (Fig. 2*a*) avem incazirea din peretele stang si racirea dinspre peretele drept, in timp ce temperatura initiala este 0.5. Asadar, se formeaza trei celule convective langa peretele stang, si anume, una de circulatie majora localizata langa partea centrala a acestui perete, unde se mentine temperatura mare, si doua de circulatie minora in partile stanga jos si sus datorita temperaturii joase din aceste zone. O celula convectiva se formeaza in apropierea peretelui drept. Campul de temperatura ilustreaza formarea de izoterme in apropierea peretilor izotermali verticali. Trecerea timpului conduce la o combinatie de doua celule convective majore cu o deplasare a miezului celulei obtinute, la inceput catre partea dreapta la $\tau = 3$ (Fig. 2*b*) si in continuare catre partea centrala la $\tau = 10$ (Fig. 2*e*). Izotermele arata formarea unei unde fierbinti cu curgere ascendenta langa peretele stang si a unei unde reci cu curgere descendenta langa peretele vertical drept.

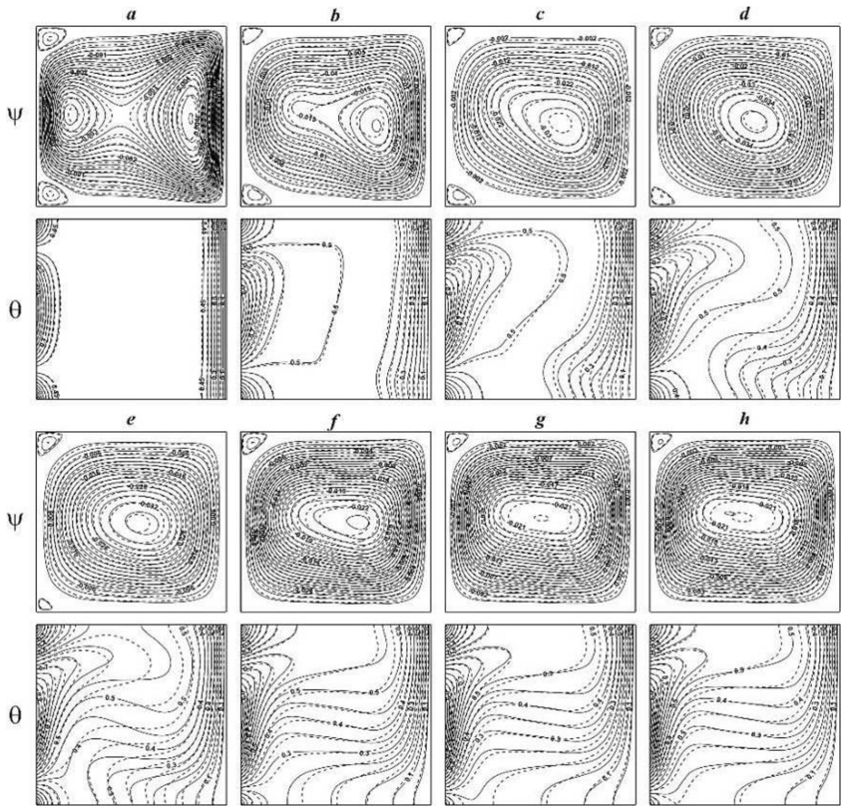


Fig. 2. Linii de curent ψ si linii de temperatura θ pentru $Ra = 10^5$, $\alpha = 0$, $R_d = 1$ si $\phi = 0.0$ (linii solide), $\phi = 0.04$ (linii intrerupte): $\tau = 1$ – *a*, $\tau = 3$ – *b*, $\tau = 5$ – *c*, $\tau = 7$ – ***d***, $\tau = 10$ – *e*, $\tau = 20$ – *f*, $\tau = 50$ – *g*, $\tau = 200$ – *h*.

Distributia izotermelor ilustreaza formarea a doua straturi limita ale temperaturii de-a lungul peretilor verticali izotermali. Partea centrala a cavitatii este caracterizata de formarea unui miez stratificat de temperatura incalzit dispre partea superioara si racit dinspre partea inferioara. Curgerea descrisa si si comportamentul transferului de caldura sunt similare pentru fluidul clar si nanofluid. Cateva diferente apar in liniile de curent si liniile de temperatura datorita curgerii mai inertiale a nanofluidului cu vascozitate efectiva mai scazuta. Se observa ca stratificarea temperaturii are loc mai repede pentru fluidul clar decat pentru nanofluid.

Evolutia transferului de caldura si a ratei de curgere sunt prezentate in Fig. 3 pentru diferite fractii volumetrice de nanoparticule. Evolutia numarului Nusselt mediu poate fi decrisa ca o schimbare in trei niveluri, ultimul corespunzand unei stari de echilibru cu o valoare constanta pentru numarul lui Nusselt mediu. Curgerea fluidului reflecta cele trei niveluri. O crestere a volumului fractiei de nanoparticule conduce la o reducere a numarului lui Nusselt mediu si a ratei de curgere a fluidului.

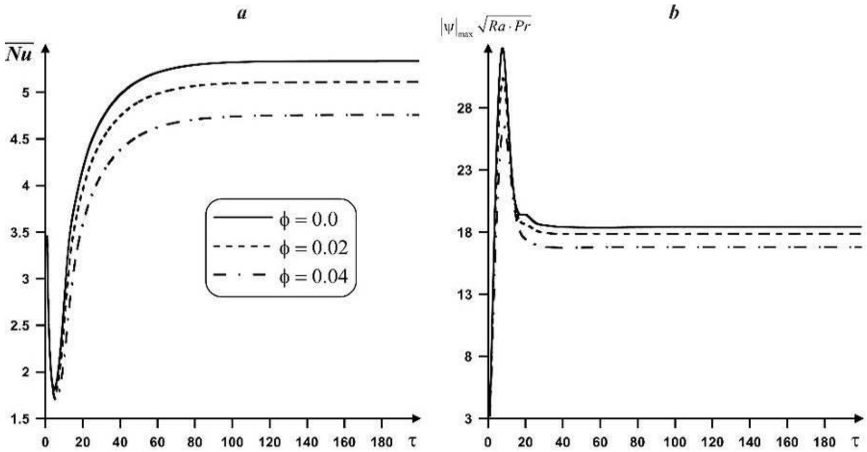


Fig. 3. Variatii ale numarului lui Nusselt mediu la peretele stang *(a)* si valoarea absoluta maxima a functiei de curent *(b)* cu timpul pentru $Ra = 10^5$, $\alpha = 0$, $R_d = 1$ pentru diferite valori ale fractiei volumetrice de nanoparticule.

3. Concluzii

A fost gasit ca evolutia numarului lui Nusselt mediu si rata de curgere a fluidului pot fi descrise ca o schimbare in trei niveluri: unul initial de conductie a caldurii, unul intermediar de convectie a caldurii si un ultim nivel de echilibru. Numarul lui Nusselt mediu si rata de curgere a fluidului sun functii crescatoare de numarul lui Rayleigh si radiatie si descrescatoare de fractia volumetrica de nanoparticule. O crestere a unghiului inclinatiei considerat conduce la o crestere a intensitatii curgerii convective, in timp ce rata transferului de caldura este o functie neliniara de unghiul de inclinatie al cavitatii.

Lucrarea 4. MHD stagnation-point flow and heat transfer of a nanofluid over a stretching/shrinking sheet with melting, convective heat transfer and second order slip.

Consideram punctul de stagnare al unei curgeri MHD 2-dimensionale a unui nanofluid pe baza de apa peste o placa ce se dilata/contracta. Placa se dilata/contracta cu viteza $U_w(x)$, locatia originii fiind fixata, unde x este coordonata masurata de-a lungul placii (Fig.1), in timp ce viteza de curgere a lichidului ambiental (nevascos) este $u_e(x)$. Curgerea nanofluidului are loc pentru $y \geq 0$, unde y este coordonata normala la suprafata. Se presupune ca fluidul este conductiv electric si un camp magnetic constant B_0 este aplicat perpendicular pe placa. Numarul lui Reynolds magnetic se presupune ca este mic, deci campul magnetic indus poate fi considerat neglijabil. De asemenea, se presupune ca temperatura constanta a suprafetei topite este T_m, fractia de nanoparticule este C_w , iar pentru fluidul ambiental acestea sunt T_∞ respectiv C_∞.

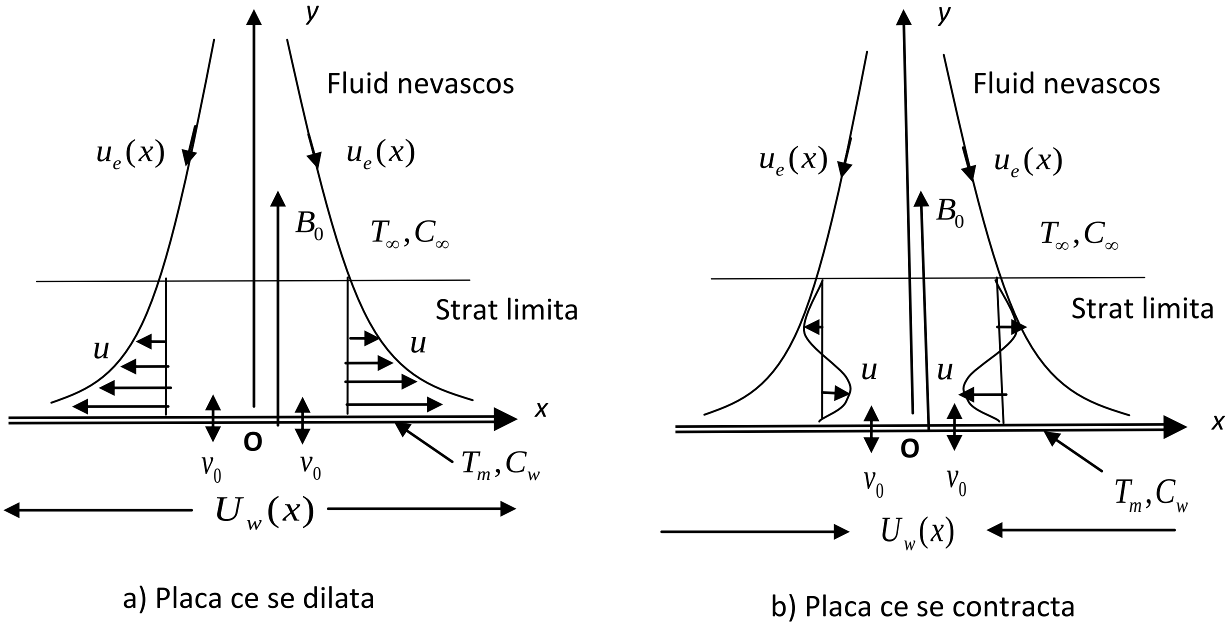


Fig. 1. Modelul fizic si sistemul de coordonate.

Ecuatiile stratului limita de continuitate, a momentului, energiei si concentratiei, exprimate in coordonate carteziene, sunt

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y} = u_e\,\frac{d\,u_e}{d\,x} + \nu\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\sigma B_0^2}{\rho}\,(u_e - u) \tag{2}$$

$$u\,\frac{\partial T}{\partial x} + v\,\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\,\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \delta\left[D_B\,\frac{\partial C}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right] \tag{3}$$

$$u\,\frac{\partial C}{\partial x} + v\,\frac{\partial C}{\partial y} = D_B\,\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{4}$$

cu conditiile la frontiera

$$\left\{\begin{aligned} & u(x) = \lambda U_w(x) + u_{wslip}(x),\ v = v_0, \quad T = T_m \\ & k\frac{\partial T}{\partial y} = \rho\left[L + c_s\,(T_m - T_0)\right]v_0, \quad C = C_w \ \text{ at } \quad y = 0 \\ & u \to u_e(x), \quad T \to T_\infty, \quad C \to C_\infty \quad \text{as} \quad y \to \infty \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Presupunand ca $U_w(x) = c\,x$ si $u_e(x) = c\,x$ unde c este o constanta pozitiva, cautam o solutie similara a sistemului de ecuatii (1)-(4), cu conditiile la frontiera (5) de forma

$$\begin{gathered} u = c\,x\ f\,'(\eta), \quad v = -\sqrt{c\,\nu}\ f\,(\eta), \quad \theta(\eta) = (T - T_m)/(T_\infty - T_m) \\ \phi(\eta) = (C - C_\infty)/(C_w - C_\infty), \quad \eta = \sqrt{c/\nu}\ y \end{gathered} \tag{6}$$

Asadar, avem

$$v_0 = -\sqrt{c\,\nu}\,S \tag{7}$$

unde $S = -v_0/\sqrt{c\,\nu}$ este parametrul constant al fluxului de masa, cu $S > 0$ pentru suctiune si $S < 0$ pentru injectie.

Substituind (6) in ecuatiile (2)-(4), se obtine urmatorul sistem de ecuatii diferentiale ordinare (similare)

$$f\,''' + f\ f\,'' + 1 - f\,'^2 + M\,(1 - f\,') = 0 \tag{8}$$

$$\frac{1}{\Pr}\theta'' + f\ \theta' + Nb\,\phi'\theta' + Nt\,\theta'^2 = 0 \tag{9}$$

$$\phi'' + Sc\,f\,\phi' + \frac{Nt}{Nb}\theta'' = 0 \tag{10}$$

iar conditiile la frontiera (5) devin

$$\begin{gathered} f\,(0) = S, \quad f\,'(0) = \lambda + a\,f\,''(0) + b\,f\,'''(0), \quad Me\,\theta'(0) + \Pr S = 0, \quad \phi(0) = 1 \\ f\,'(\eta) \to 1, \quad \theta(\eta) \to 1, \quad \phi(\eta) \to 0 \quad \text{as} \quad \eta \to \infty \end{gathered} \tag{11}$$

Marimile fizice de interes sunt coeficientul de frecare C_f si numarul Sherwood local Sh_x care sunt date de

$$\mathrm{Re}_x^{1/2}\,C_f = f\,''(0), \quad \mathrm{Re}_x^{-1/2}\,Sh_x = -\phi'(0) \tag{12}$$

unde $\mathrm{Re}_x = U_w(x)\,x/\nu$ este numarul Reynolds local.

Sistemul de ecuatii diferentiale ordinare (8)-(10) cu conditiile la frontiera (11) a fost rezolvat numeric, folosind functia Matlab bvp4c. Au fost studiate ambele cazuri de dilatare $(\lambda > 0)$ respectiv de contractie $(\lambda < 0)$. Toleranta relativa a fost considerata 10^{-7}. Au fost obtinute rezultate numerice pentru diferite valori ale parametrilor implicati. Fig. 2 si 3, ilustreaza variatia coeficientului de frecare redus $f''(0)$ respectiv variatia numarului Sherwood redus $-\phi'(0)$ pentru mai multe valori ale lui M cand $\Pr = 1$, $Nb = Nt = 0.1$, $Sc = Me = 1$, $S = 1$, $a = 0.1$ si $b = -0.1$. Din aceste figuri se observa ca sistemul de ecuatii diferentiale ordinare (8)-(10) cu conditiile la frontiera (11) admite solutii multiple (duale). Din analiza stabilitatii pe care am efectuat-o, rezulta ca prima solutie este stabila si fizic realizabila, in timp ce a doua solutie este instabila si deci nu este realizabila fizic.

Figurile 2 si 3 arata ca atat pentru $f''(0)$ cat si pentru $-\phi'(0)$ exista solutii duale doar in cazul placilor care se contracta. In aceste figuri, $\lambda_{ci} < 0$ sunt valorile critice ale lui $\lambda < 0$, incepand de la care sistemul de ecuatii diferentiale ordinare (8)-(10) cu conditiile la frontiera (11) admite cel putin o solutie. Din Fig. 2 se observa cresterea coeficientului de frecare redus $f''(0)$ in raport cu M pentru solutia stabila. Fig. 3 ne arata un comportament asimptotic al numarului Sherwood redus $-\phi'(0)$ in apropierea valorilor critice pentru solutia instabila. De asemenea, am obtinut grafice cu profile de viteza, temperatura si concentratie pentru ambele solutii.

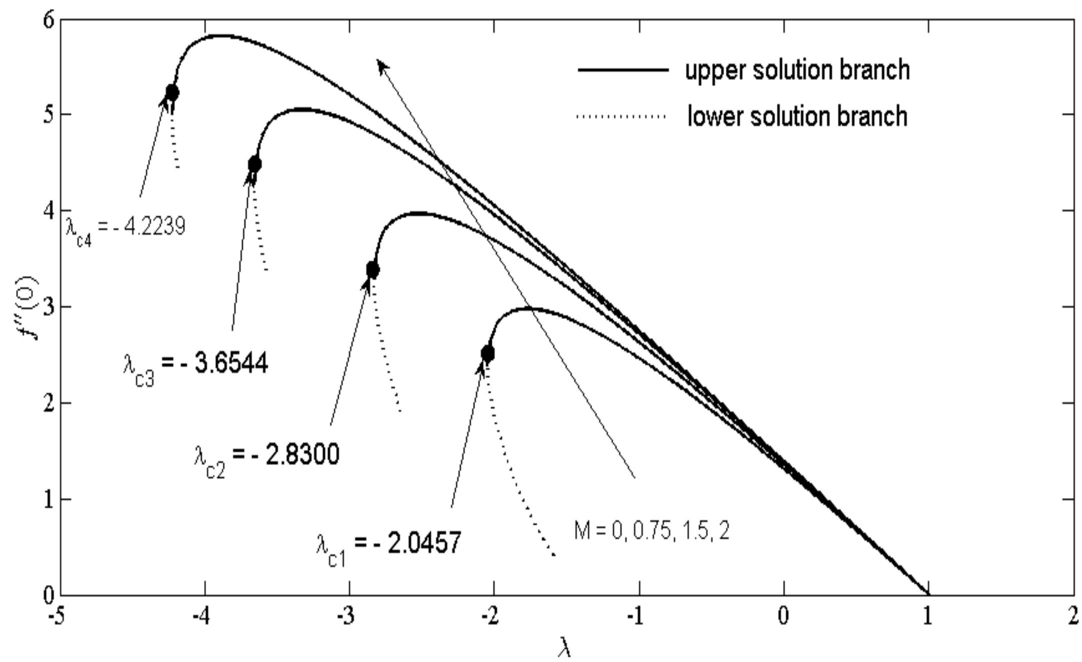


Fig. 2. Variatia lui $f''(0)$ in raport cu λ pentru cateva valori ale lui M, cand $S = 1$, $a = 0.1$ si $b = -0.1$.

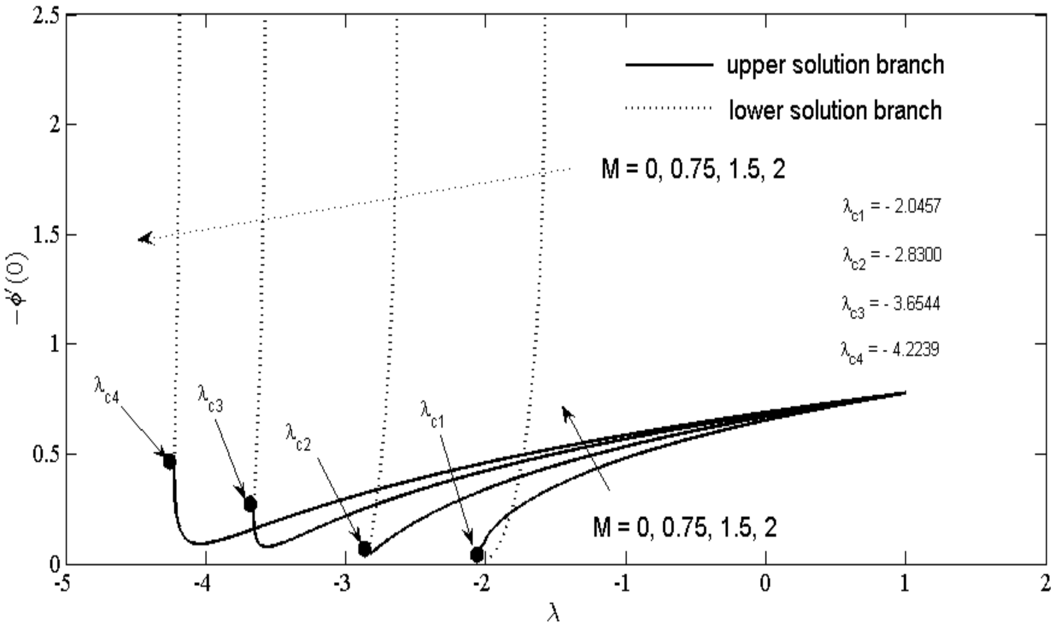


Fig. 3. Variatia lui $-\phi'(0)$ cu λ pentru mai multe valori ale lui M,

cand $\Pr = 1$, $Nb = Nt = 0.1$, $Sc = Me = 1$, $S = 1$, $a = 0.1$

Lucrarea 5. Double-diffusive natural convection in a differentially heated wavy cavity under thermophoresis effect

În această lucrare, analizăm curgerea convective liberă și transferul de căldură a unui gaz încălzit, conținând particule de aerosoli suspendate, in interiorul unei cavități pătrate încălzite diferențiat având un perete perete izotermic ondulat. Geometria domeniului este prezentată in Fig. 1. Cavitatea este menținută la temperaturile constant T_1 și T_2 și la concentrațiile constant C_1 și C_2 pe peretele ondulat stâng și pe peretele plat drept, în timp ce pereții orizontali sunt adiabatici și impermeabili.
Cu excepția densității, propietățiile fluidului sunt considerate a fi constant. Mai mult se presupune că efectul "buoyancy" este inclus in aproximare Boussinesq in următoarea formă

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta_T \left(T - T_c \right) - \beta_C \left(C - C_c \right) \right]$$

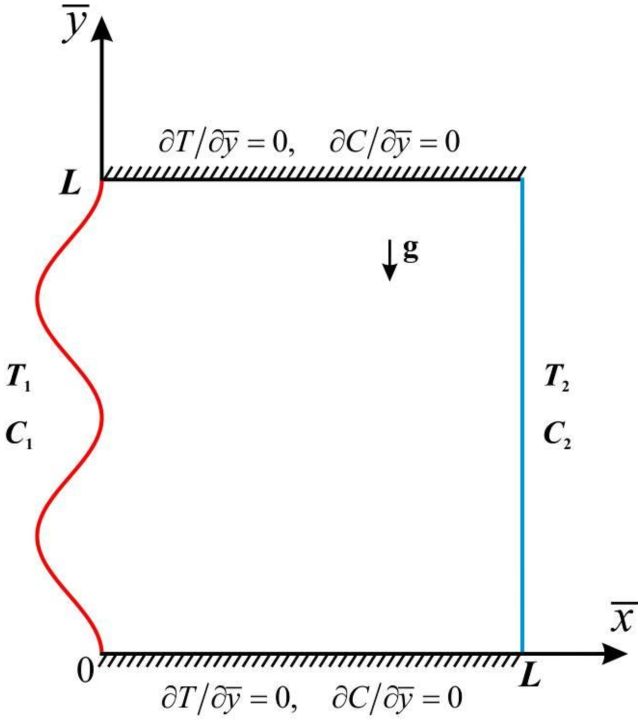


Fig. 11. Modelul fizic și sistemul de coordonate

Ecuațiile adimensionale pot fi scrise astfel

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\omega \tag{1}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}+u\frac{\partial\omega}{\partial x}+v\frac{\partial\omega}{\partial y}=\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\nabla^2\omega+\frac{\partial\theta}{\partial x}+\beta\frac{\partial\phi}{\partial x} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{1}{\sqrt{Ra\cdot Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial\tau}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\phi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{1}{Sc}\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)+\\+k_T\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\phi+N_C}{\theta+N_T}\cdot\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\phi+N_C}{\theta+N_T}\cdot\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)\right\}\end{aligned} \tag{4}$$

având următoarele condiții la limită

$$\psi = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}, \quad \theta = 1, \quad \phi = 1 \quad \text{on the left wavy wall}$$

$$\psi = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad \theta = 0, \quad \phi = 0 \quad \text{on the right flat wall} \tag{5}$$

$$\psi = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{on the bottom and top walls}$$

unde $Ra = g\beta_T \Delta T L^3/(\nu\alpha)$ este numărul lui Rayleigh, $Pr = \nu/\alpha$ este numărul lui Prandtl, $\beta = \frac{\beta_C \Delta C}{\beta_T \Delta T}$ este parametrul mişcării buoyancy, $Sc = \nu/D$ este numărul lui Schmidt, $N_C = \frac{C_c}{\Delta C}$ şi $N_T = \frac{T_c}{\Delta T}$ sunt parametrii de termoforizare., $\Delta C = C_h - C_c$ şi $\Delta T = T_h - T_c$.

Domeniul fizic este transformat într-un domeniu rectangular folosind o transformare de coordonate algebrice prin introducerea variabilelor independente ξ și η. Peretele stâng și drept a cavității devin liniile sistemului de coordonateavând valori constante pentru ξ. Variabilele independente din domeniul fizic sunt transformate în variabile independente în domeniul de lucru prin următoarele ecuații:

$$\begin{cases} \xi = \dfrac{x - x_1}{\Delta} = \dfrac{x - 1 + a + b \cdot \cos(2\pi\kappa y)}{a + b \cdot \cos(2\pi\kappa y)}, \\ \eta = y \end{cases} \tag{6}$$

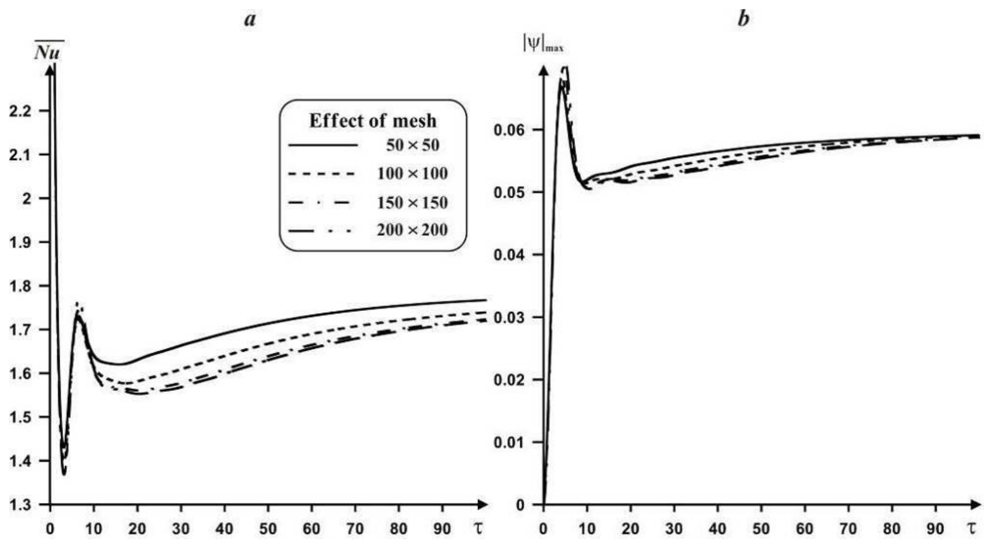


Fig. 2. Variatia numarului Nusselt mediu pe peretele vertical stang (*a*) si curgerea fluidului in interiorul cavitatii (*b*) in functie de timpul adimensional si finetea retelei de puncta.

Numerele lui Nusselt și Sherwood medii sunt definite ca

$$\overline{Nu}=\int_0^1 Nu\,d\eta,\quad \overline{Sh}=\int_0^1 Sh\,d\eta\,. \tag{7}$$

Ecuațiile ce guvernează mișcarea împreună cu, conditiile la limită au fost rezolvate folosind metoda cu diferențe finite cu precizie de ordinul al doileaIndependenta de reteaua de discretizare a fost studiata in Figura 2.

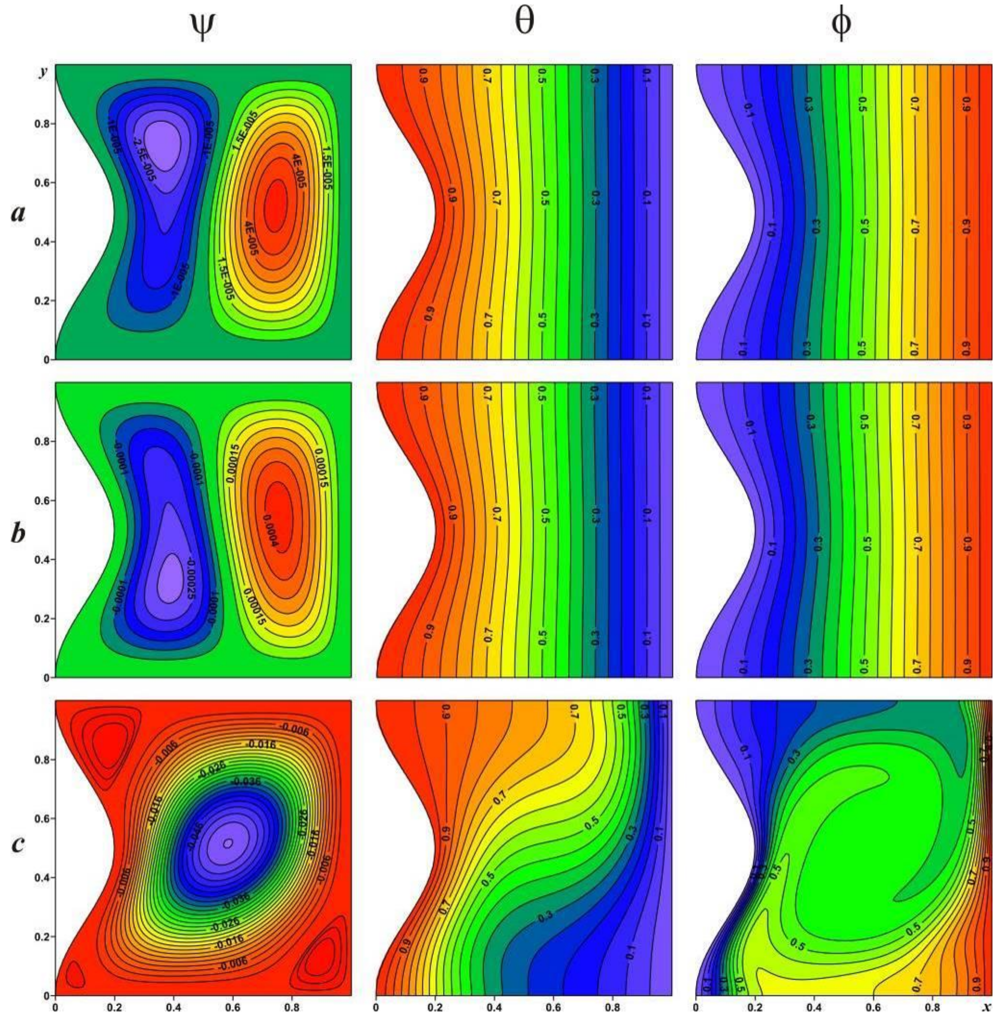


Fig. 3. Linii de curent ψ, izoterme θ si izoconcentratii pentru cazul I si $\beta = 1.0$, $k_T = 0.5$, $\kappa = 1$: $Sc = 0.1 - a$, $Sc = 1.0 - b$, $Sc = 10.0 - c$

Figura 3 prezintă distribuția liniilor de curent, izotermelor și izoconcentrațiilor în interiorul cavității ondulate în cazul diferitelor condiții la limită și pentru diferite valori a numărului lui Schmidt. Merită să menționăm că, condițiile la limită utilizate reflectă efectul peretelui ondulat asupra depozitării și transportării particulelor mici pe peretele curbat.

Pentru $Sc = 0.1$ și $Sc = 1.0$ se poate observa o dominare a difuziei de masă și căldură în timp ce izotermele și izoconcentrațiile sunt paralele cu pereții verticali la temperatură și concentrație constantă.

Mai mult, luând în considerare efectul termodifuziei particulele mici sunt distribuite uniform in interiorul cavității. Pentru aceste valori ale numărului lui Schmidt apar două celule convective la intensitate mică în interiorul cavității ce ilustrează o formare a gradientulu de temperatură și de concentrație în interiorul cavității.

Conferinte


nano uptake

NANOUPTAKE
EVENT2, LISBOA 2017

CERTIFICATE OF ATTENDANCE

Alin Rosca

Babes-Bolyai University, Romania

attended the **Working Groups Meeting** of the NanoUptake COST Action (CA15119) held during October 9-10, 2017, in Lisboa, PORTUGAL.

Prof. José Enrique Juliá
Chair of the Action

Ciências ULisboa
UNIVERSITAT JAUME I
cost

Alin Roşca, Participant NANOUPTAKE COST ACTION (CA15119), Event 2, Working Groups Meeting, WG.1 Heating, Faculty of Sciences, University of Lisbon, Portugal, 9-10 October 2017.

Titlul prezentarii:
MHD oblique stagnation-point flow for a Boussinesquian nanofluid past a stretching/shrinking sheet using Buongiorno's model

In aceasta lucrare studiem punctul de stagnare oblic pentru o miscare MHD a unui nanofluid Boussinesquian peste o placa impermeabila ce se dilata/contracta folosind modelul matematic propus de Buongiorno. Ecuatiile cu derivate partiale sunt transformate in ecuatii diferentiale ordinare apoi sunt rezolvate numeric folosind functia bvp4c din MATLAB. Integrarea numerica a acestor ecuatii arata ca daca placa se contracta, adica daca parametrul λ este negativ, problema admite solutii duale pentru anumite valori ale parametrului sau nu are solutii daca λ este mai mic decat o anumita valoare critica. Aceste rezultate sunt in acord perfect cu cele ale lui Brighi. Se pare ca Merkin a fost primul autor care a descoperit prezenta solutiilor multiple in problema curgerii convective mixte peste o placa verticala scufundata intr-un mediu poros.

Influenta diversilor parametri ce intervin in model asupra vitezei, temperaturii, concentratiei, coeficientului de frecare, numerelor Nusselt si Sherwood locale este prezentata grafic si in tabele.

Contributia noastra este organizata dupa cum urmeaza. In Sectiunea 2 formulam matematic problema. Sectiunea 3 este dedicata catorva considerente fizice si analitice asupra solutiilor problemei. In Sectiunea 4 rezultatele obtinute in urma integrarii numerice a sistemului de ecuatii diferentiale ordinare rezultat in urma transformarilor similare sunt pe larg discutate.

nano uptake

NANOUPTAKE

EVENT2, LISBOA 2017

CERTIFICATE OF ATTENDANCE

Natalia Rosca

Babes-Bolyai University, Romania

attended the **Working Groups Meeting** of the NanoUptake COST Action (CA15119) held during October 9-10, 2017, in Lisboa, PORTUGAL.

Prof. José Enrique Juliá

Chair of the Action

Ciências ULisboa UJI UNIVERSITAT JAUME I cost

Natalia Roşca, Participant at NANOUPTAKE COST ACTION (CA15119), Event 2, Working Groups Meeting, WG. 1 Heating, Faculty of Sciences, University of Lisbon, Portugal, 9-10 October, 2017.

Title of the Presentation

Axisymmetric rotational stagnation point flow impinging radially a permeable stretching/shrinking surface in a nanofluid using Tiwari and Das model

In aceasta lucrare, problema lui Weidman asupra punctului de stagnare rotational axisimetric cu impact radial la o suprafata care se dilata intr-un fluid vascos este extinsa la cazul nanofluidelor, folosind modelul lui Tiwari si Das pentru nanofluide. In plus, tratam si cazul placii care se contracta intr-un nanofluid. Utilizam o transformare similara pentru a reduce sistemul de ecuatii cu derivate partiale neliniar intr-un system de ecuatii diferentiale ordinare, care este apoi rezolvat numeric folosind functia Matlab bvp4c. Rezultatele numerice obtinute arata ca problema admite solutii duale pentru anumite valori ale parametrilor implicati. Din analiza stabilitatii solutiilor duale rezulta ca prima solutie este stabila, deci realizabila fizic, in timp ce a doua solutie este instabila, deci nerealizabila fizic. De asemenea, am obtinut grafice cu profile de viteza si temperatura pentru ambele solutii.

Bibliografie

S.U.S. Choi, S. Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles, Development and Applications of Non-Newtonian Flows, D.A. Siginer and H.P. Wang, eds., ASME, New York, MD-Vol. 231 and FED-Vol. 66, pp. 99–105, 1995.

D.A. Nield, A. Bejan, Convection in Porous Media (4^{th} ed.), Springer, New York, 2013.

A. Shenoy, M. Sheremet, I. Pop, Convective Flow and Heat Transfer from Wavy Surfaces: Viscous Fluids, Porous Media and Nanofluids, CRC Press, Taylor & Francis Group, New York 2016.

J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids, ASME J. Heat Transfer 128 (2006) 240-250. .

O. Mahian, A. Kianifar, S.A., Kalogirou, I. Pop, S. Wongwises, A review of the applications of nanofluids in solar energy, Int. J. Heat Mass Transfer 57 (2013) 582–594 .

T.G. Myers, H. Ribera, V. Cregan, Does mathematics contribute to the nanofluid debate?, Int. J. Heat Mass Transfer 111 (2017) 279–288.

M.A. Sheremet, I. Pop, Natural convection in a wavy porous cavity with sinusoidal temperature distributions on both side walls filled with a nanofluid: Buongiorno's mathematical model, ASME J. Heat Transfer 137 (2015) 072601-072601-8.

M.A. Sheremet, T. Grosan, I. Pop, Free convection in shallow and slender porous cavities filled by a nanofluid using Buongiorno's model, ASME J. Heat Transfer 136 (2014) Art. No. 082501.

M.A. Sheremet, T. Grosan, I. Pop, Free convection in a square cavity filled with a porous medium saturated by nanofluid using Tiwari and Das' nanofluid model, Transport Porous Media 106 (2015) 595–610.

C.J. Ho, W.K. Li, Y.S. Chang, C.C. Lin, Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study, Int. J. Thermal Sci. 49 (2010) 1345–1353.

M.Z. Saghir, A. Ahadi, A. Mohamad, S. Srinivasan, Water aluminum oxide nanofluid benchmark model, Int. J. Thermal Sciences 109 (2016) 148–158.