Affin geometria **6. FELADATLAP**

Kúpszeletek kanonikus alakra való hozása

1. Hozzuk kanonikus alakra, határozzuk meg a típusát, majd ábrázoljuk az alábbi kúpszeleteket:
a) $2x^2 - 6xy + 10y^2 - 8x + 12y + 2 = 0$;
b) $7x^2 - 8xy + y^2 - 6x + 6y + 1 = 0$;
c) $2x^2 - xy - y^2 + 11x - 5y + 14 = 0$;
d) $4x^2 - 4xy + y^2 - 2x - 14y + 7 = 0$;
e) $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$;
f) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$;
g) $14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$;
h) $7x^2 + 60xy + 32y^2 - 14x - 60y + 7 = 0$;
i) $50x^2 - 8xy + 35y^2 + 100x - 8y + 67 = 0$;
j) $41x^2 + 24xy + 34y^2 + 34x - 112y + 129 = 0$;
k) $29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$;
l) $41x^2 + 24xy + 9y^2 + 24x + 18y - 36 = 0$;
m) $9x^2 + 12xy + 4y^2 - 24x - 16y + 3 = 0$;
n) $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 160x + 120y + 425 = 0$;
o) $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0$;
p) $x^2 - 2xy + y^2 - 12x + 12y - 14 = 0$;
q) $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$;
r) $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$;
s) $25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y - 224 = 0$;
t) $4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$;
u) $7x^2 + 6xy - y^2 + 28x + 12y + 28 = 0$;
v) $19x^2 + 6xy + 11y^2 + 38x + 6y + 29 = 0$;
w) $5x^2 - 2xy + 5y^2 - 4x + 20y + 20 = 0$;
x) $11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0$;
y) $4x^2 - 20xy + 25y^2 - 14x + 2y - 15 = 0$;
z) $5x^2 + 4xy + 2y^2 + 20x + 20y - 18 = 0$.

M: a) $x^2/6 + 11y^2/6 = 1$ (ellipszis); b) $x^2 - y^2/9 = 1$ (hiperbola); c)$x - y + 2 = 0$, $2x + y + 7 = 0$ (metsző egyenespár); d) $y^2 = (6/\sqrt{5})x$ (parabola); e) $x^2/4 - y^2 = 1$ (hiperbola); f) $y^2 = 2x$; g) $x^2/30 + y^2/5 = 1$; h) $x + 2y = 0, x - 2y = 0$; i) $2x^2 + 3y^2 = -1$(képzetes ellipszis); j) $x^2 + 2y^2 = 0$ (valós pontban metsző képzetes egyenespár); k) $x^2/9 + y^2/4 = 1$; l) $x^2/9 + y^2 = 1$; m) $x^2 = 1$ (párhuzamos egyenespár); n) $x^2 = -1$ (képzetes párhuzamos egyenespár); o)$y^2 = 6x$; p) $y^2 = 25$ (párhuzamos egyenespár); q) $y^2 = 0$ (egybeeső egyenespár); r) $x^2 - y^2/4 = 1$; s) $x^2/16 + y^2/9 = 1$; t) $x^2/9 - y^2/36 = 1$; u) $x^2 - 4y^2 = 0$ (metsző egyenespár); v) $x^2 + 2y^2 = -1$ (képzetes egyenespár); w) $2x^2 + 3y^2 = 0$ (valós pontban metsző képzetes egyenespár); x) $9x^2/5 - 16y^2/5 = 1$.

2. Határozzuk meg az $\alpha \in \mathbb{R}$ paramétert úgy, hogy a $4x^2 + 12xy + \alpha y^2 + 6x + 9y + 2 = 0$ kúpszelet két egyenest határozzon meg és ebben az esetben írjuk fel a két egyenes egyenletét!

M: $\alpha = 9$; $2x + 3y = -1; 2x + 3y = -2$.

3. Să se determine natura, ecuația canonică și să se construiască conicele, date prin ecuația carteziană generală, în cazurile:

1) $7x^2 + 7y^2 + 6x - 2y - 10 = 0$; - kör
2) $9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$; - hiperbola
3) $9x^2 + 4y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$; - ellipszis
4) $12x^2 - 12x - 32y - 29 = 0$; - parabola
5) $9y^2 - 7y - 16 = 0$; - || egyenesek
6) $2x^2 + y^2 + 4x - 6y + 11 = 0$; - metsző képzetes egyenesek
7) $2x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0$; - imaginárius ellipszis
8) $45x^2 - 36y^2 - 90x - 24y + 41 = 0$; - ómetsző egyenespár
9) $2x^2 + 6xy + 10y^2 - 121 = 0$; - ellipszis
10) $9xy + 4 = 0$; - hiperbola
11) $2x^2 - 2\sqrt{3}xy + 9 = 0$; - hiperbola
12) $18x^2 + 24xy + 11y^2 - 3 = 0$; - ellipszis
13) $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$; - parabola
14) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$; - || egyenesek : $3x - y \pm \sqrt{10} = 0$
15) $81x^2 - 36xy + 4y^2 = 0$; - egybeeső egyenesek
16) $2x^2 - 4xy + 5y^2 + 8x - 2y + 9 = 0$; - ellipszis
17) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 8x + 19y + 4 = 0$; - parabola
18) $x^2 - xy + y^2 + x + y = 0$; - ellipszis
19) $xy + 2x + y = 0$; hiperbola
20) $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$; parabola
21) $5x^2 + 12xy + 10y^2 - 6x + 4y - 1 = 0$; ellipszis
22) $8x^2 + 34xy + 8y^2 + 18x - 18y - 17 = 0$; hiperbola
23) $25x^2 - 30xy + 9y^2 + 68x + 19 = 0$; parabola
24) $8x^2 + 6xy + 6x + 3y + 1 = 0$; ∩ egyenespár
25) $x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 5y + 4 = 0$; || egyenespár
26) $5x^2 - 6xy + 5y^2 + 2x - 14y + 13 = 0$; metsző képzetes egyenespár
27) $x^2 - 2xy + y^2 + 8x - 8y + 22 = 0$; || képzetes egyenespár
28) $15x^2 - 24xy - 15y^2 - 30x - 24y + 20 = 0$; képzetes ellipszis
29) $15x^2 - 16xy - 15y^2 - 62x - 44y - 13 = 0$; metsző egyenesek
30) $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 8x - 12y - 5 = 0$. || egyenespár

Const. Radu, Constantin Drăgușin, Lucia Drăgușin: Aplicații de algebră geometrie și matematici speciale