SOROZATOK HATÁRÉRTÉKE

1. Határozzuk meg az általános taggal megadott sorozatok határértékét:

   a) $a_n = \dfrac{3^n}{4^n}$ *b)* $a_n = \dfrac{3^n+1}{3^n+2}$ *c)* $a_n = \dfrac{3^n+1}{4^n+1}$

   d) $a_n = \dfrac{4^n+1}{4^{n-1}+2}$ *e)* $a_n = \dfrac{2^n+(-2)^n}{3^n}$ *f)* $a_n = \dfrac{2^n+3^n}{1+2\cdot 3^n}$

   g) $a_n = \dfrac{2^n+4^n}{3^n+5^n}$ *h)* $a_n = \dfrac{5^n+10^n}{6^n+9^n}$ *i)* $a_n = \dfrac{2\cdot 3^n+1}{4^n+3^n}$

   j) $a_n = \dfrac{1+2+2^2+\cdots+2^n}{1+3+3^2+\cdots+3^n}$ *k)* $a_n = 1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}$

2. Számítsuk ki az általános taggal megadott sorozatok határértékét:

   a) $a_n = \sqrt{n^2+1}$ *b)* $a_n = n^2-\sqrt{n}$

   c) $a_n = -n^2+n+100$ *d)* $a_n = \sqrt{3n^2+2n+1}-\sqrt{n^2+1}$

   e) $a_n = \sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}$ *f)* $a_n = \sqrt{4n^2+5n+2}-2n$

   g) $a_n = \sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}$ *h)* $a_n = \sqrt[3]{n^6+1}-n^2$

   i)$a_n = \sqrt{2n^2-5}-\sqrt{3n+5}$ *j)* $a_n = \sqrt{\dfrac{n+3}{5n-1}}$

3. Számítsuk ki a következő határértékeket:

   a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{6n^2+5n}{3n^2+2}$ *b)* $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{8-3n^2}$

   c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{n^4}$ *d)* $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{\sqrt{n^3+2}}$

   e) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^5-4n}{-n^2+1}$ *f)* $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+2}$

   g) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n(\sqrt{n^2+2}-n)$ *h)* $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(10+\frac{1}{n}\right)^2$

4. Határozzuk meg az általános taggal megadott sorozatok határértékét:

   a) $a_n = \left(10+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *b)* $a_n = \left(\dfrac{3n+2}{3n+5}\right)^{2n+7}$

   c) $a_n = \left(\dfrac{2n+1}{2n+5}\right)^{3n+4}$ *d)* $a_n = \left(\dfrac{n^2+n+1}{n^2-n+1}\right)^{\frac{n^2+1}{n+1}}$

   e) $a_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{\ln n}$ *f)* $a_n = \left(\dfrac{n-3}{n-5}\right)^{3n}$

   g) $a_n = \left(\dfrac{1+2n}{3n^2}\right)^{2n}$ *h)* $a_n = \left(\dfrac{3n+2}{3n+3}\right)^{n}$

5. A Cezaro-Stolz lemma alkalmazásával számítsuk ki az alábbi határértékeket:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}\right)$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^3+1}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}\right)$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1^5+2^5+\cdots+n^5}{n^6+n^3+1}$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\left(1+\dfrac{1}{\ln 2}+\dfrac{1}{\ln 3}+\cdots+\dfrac{1}{\ln n}\right)$

f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\ln n}{n}$

g) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n}$

h) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{3}$

i) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^2+3n+1}$

j) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{1+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}}$

k) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+\cdots+n\cdot(n+2)}{1\cdot 4+2\cdot 5+3\cdot 6+\cdots+n\cdot(n+3)}$

6. Számítsuk ki:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n+2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n \dfrac{1}{2n^2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5n-2}{5-10n}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^{n+1}-1}{3^n}$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2-5}{2n^2}\right)^n$

f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+2n-3}{5-2n^2}$

g) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{3}{2n}\right)^n$

h) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{9n^2-2n-1}-3n)$

i) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{4n^2+5n-1}-\sqrt{4n^2+n+3})$

j) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{2n^2+5n}-\sqrt{2n^2+3})$

k) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{n^3+n+6}\right)^{n^3+n+6}$

l) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{n-6}\right)^n$

m) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2-2}{n^2+3}\right)^{n^2}$

n) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{8n^7+5n^6-2n^5+8n^4+1234}{2n^{10}-3n+1}$