Department für Informatik
Dr. Christian Săcărea

Babes–Bolyai Universität
Cluj-Napoca

6. Februar 2017

Schriftliche Prüfung zur Logik für Inf
WS 16/17

Bitte alle Blätter mit *Namen* versehen, fortlaufend numerieren, am Schluss der Klausur in die einmal gefalteten Aufgabenblätter legen. *Alle* Ergebnisse sind zu *begründen*. Insbesondere werden Lösungswege bewertet.

BITTE IN BLOCKSCHRIFT AUSFÜLLEN
Name:...............................
Vorname:............................

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Mögl. Punktzahl	30	20	20	10	10	100
Err. Punktzahl						

Note:

Die Klausur gilt als **bestanden**, falls mindestens 45% der gesamten Punktzahl erreicht wird.

A

Aufgabe 1. Homer. (30 Punkte)

a) Man stelle zu der folgenden aussagenlogischen Formel F die Wahrheitstabelle auf: (5 Punkte)

$$F : ((P \to Q) \wedge (R \leftrightarrow Q)) \to (P \wedge Q).$$

b) Ist die Formel erfüllbar, unerfüllbar oder allgemeingültig? Begründung! (2 Punkte)

c) Man schreibe mit Hilfe der Wahrheitstabelle die KNF und die DNF der Formel F. (4 Punkte)

d) Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel

$$\neg P \wedge Q \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (T \vee \neg W) \wedge (\neg S \vee U) \wedge (\neg U \vee \neg T \vee P \vee \neg Z) \wedge (\neg Q \vee \neg S \vee \neg U \vee W).$$

1. Schreibe diese Formel als eine Konjunktion von Implikationen auf. (4 Punkte)
2. Wende den Markierungsalgorithmus an um zu begründen, ob die Formel erfüllbar oder unerfüllbar ist. Falls erfüllbar, gebe man ein Modell an. (9 Punkte)

e) Definiere Horn-Formel (2 Punkte)

f) Definiere Modell der Aussagenlogik (2 Punkte)

g) Definiere Atom der Prädikatenlogik (2 Punkte)

Aufgabe 2. Marge. (20 Punkte)
Der DPLL-Algorithmus

Aufgabe 3. Maggie. (20 Punkte)

a) (10 Punkte)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{f/2, g/2\}$ und $\Pi = \{= /2\}$. Sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z \in X$. Sei $\mathcal{A}$ die folgende Σ-Struktur:

$$\mathcal{A} = (\mathbb{N}, \{f_{\mathcal{A}} \colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}, g_{\mathcal{A}} \colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \{=_{\mathcal{A}}\})$$

wobei für alle $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$, $f_{\mathcal{A}}(n_1, n_2) = n_1 * n_2 \in \mathbb{N}$, $g_{\mathcal{A}}(n_1, n_2) = n_1 + n_2 \in \mathbb{N}$ und $=_{\mathcal{A}}$ ist die Gleichheitsrelation auf $\mathbb{N}$.

Sei $\beta \colon X \to \mathbb{N}$ mit $\beta(x) = 23, \beta(y) = 1, \beta(z) = 19$. Man evaluiere:

- $\mathcal{A}(\beta)(g(f(x, y), f(z, y)))$.
- $\mathcal{A}(\beta)(\forall x\ (f(x, y) = x))$.
- $\mathcal{A}(\beta)(\forall x \forall y\ (f(x, y) = x))$.

b) (10 Punkte)

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$ eine Signatur, wobei $\Omega = \{f/1\}$ und $\Pi = \{p/2, r/2\}$. Sei X eine Menge von Variablen und $x, y, z, u \in X$. Sei F die folgende prädikatenlogische Formel in der Signatur Σ:

$$\exists u(\forall x((\forall y(p(x, y) \to p(u, f(y)))) \to \forall y((\neg p(y, x)) \to \exists z\ (r(f(y), z))))).$$

Man gebe zur Formel F jeweils die folgenden Formen an:

1. Die bereinigte Form (1 Punkt)
2. Die Negationsnormalform (3 Punkte)
3. Die Pränexform (2 Punkte)
4. Die Skolemform (2 Punkte)
5. Die KNF der Skolemform (1 Punkt)
6. Die Klauselnormalform in Mengennotation (1 Punkt)

Aufgabe 4. Lisa. (10 Punkte)
Man zeige mit Hilfe des aussagenlogischen Tableaukalküls, dass die folgende Formel unerfüllbar ist:

$$(P \lor (R \to (P \land Q))) \land ((R \land \neg P) \lor (R \land \neg(Q \lor P))).$$

Aufgabe 5. Bart. (10 Punkte)
Man bestimme für folgende Klauselmenge F die Mengen $Res^n(F)$, wobei $n = 0, 1, 2$.

$$F = \{\{A, \neg B, C\}, \{B, C\}, \{\neg A, C\}, \{B, \neg C\}, \{\neg C\}\}.$$