

REZOLVAREA ECUATIILOR DIFERENTIALE

1) ECUATII DIFERENTIALE DE ORDINUL I .O ecuatia diferentia de ordinul intai are forma $y'=g(x,y)$, unde x este variabila independenta iar y este functia necunoscuta. Daca se adauga si conditia initiala $y(x_0)=y_0$ (necesara pentru determinarea constantei de integrare) , atunci avem de rezolvat o **problema Cauchy**. Pentru rezolvarea ecuatiilor diferentiale sunt folosite functiile **ODE23, ODE45** (**»help ode23, »help ode45**)

Sintaxa: » $[T,Y] = \text{ODE23}(\text{ODEFUN},\text{TSPAN},\text{Y0},\text{OPTIONS})$

» $[T,Y] = \text{ode23}(\text{ODEFUN},\text{TSPAN},\text{Y0},\text{OPTIONS},\text{P1},\text{P2},\dots)$

» $[T,Y] = \text{ode45}(\text{ODEFUN},\text{TSPAN},\text{Y0},\text{OPTIONS})$

» $[T,Y] = \text{ode45}(\text{ODEFUN},\text{TSPAN},\text{Y0},\text{OPTIONS},\text{P1},\text{P2},\dots)$

unde :

INTRARI:

ODEFUN este numele fisierului functie care descrie ecuatia diferentia/sistemul de ecuatii diferentiale,

TSPAN reprezinta intervalul pe care se integreaza,

Y0 reprezinta conditia/conditiile initiale,

OPTIONS reprezinta optiuni,

P1,P2,...reprezinta valorile parametrilor din corpul functiei **ODEFUN**

Categorie	Functie	Descriere
Funcții care rezolvă ODE	ode45	Rezolvă ecuații diferențiale nonstiff, metodă de ordin mediu.
	ode23	Rezolvă ecuații diferențiale nonstiff, metodă de ordin scăzut.
	ode113	Rezolvă ecuații diferențiale nonstiff, metodă de ordin variabil.
	ode15s	Rezolvă ecuații diferențiale stiff și ecuații algebrice diferențiale, metodă de ordin variabil.
	ode23s	Rezolvă ecuații diferențiale stiff, metodă de ordin scăzut.
	ode23t	Ecuații diferențiale stiff și ecuații algebrice diferențiale, metoda trapezelor.
	ode23tb	Rezolvă ecuații diferențiale stiff, metodă de ordin scăzut.
	Opțiuni ODE	odeset
odeget		Permite obținerea parametrilor din opțiunile ODE.
Funcții de ieșire ODE	odeplot	Plotarea soluțiilor ODE (în funcție de timp).
	odephas2	Trasarea planului fazelor.
	odephas3	Trasarea spațiului fazelor (tri-dimensional).
	odeprint	Permite tipărirea soluției ODE în fereastra de comandă.

Exemplul 1 (Ex1.m)

Sa se integreze ecuatia diferentia $y'=3*x^2$ pe intervalul $[2,4]$ cu conditia initiala $y(2)=0.5$

Solutie teoretica: $y(x)=x^3+C$; cu conditia initiala $0.5=8+C$, rezulta $c=-7.5$; solutia problemei este deci $y=x^3-7.5$.

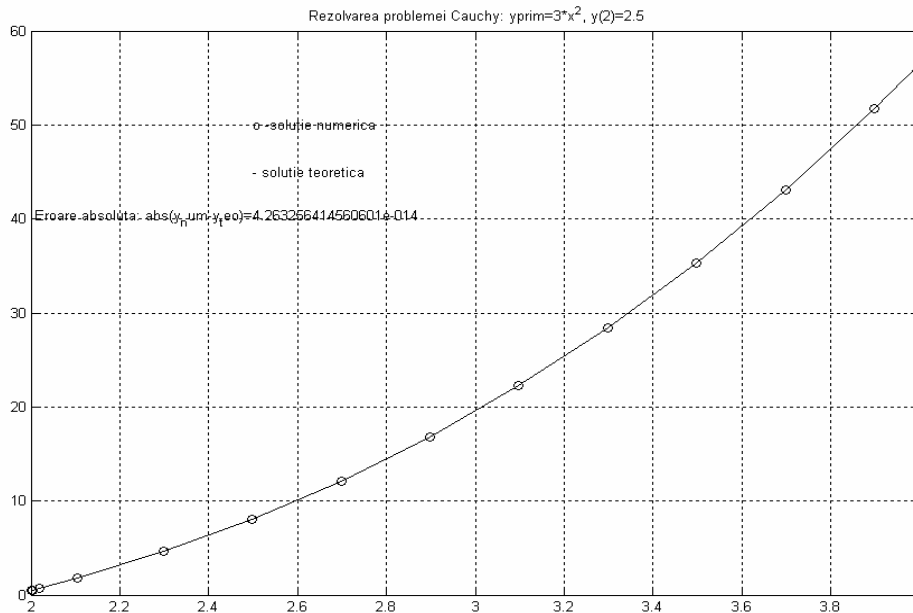
Solutie numerica: cu sintaxa: $[x,y]=\text{ode23}(\text{'fname'},[a b],y_0)$, unde **fname.m** este fisierul functie care descrie **ecuatia diferentia**, **[a b]** este intervalul pe care se face integrarea, iar **y0** este conditia initiala **y(a)**

```
[x,y] = ode23('yprim',[2 4], 0.5),
yt=x.^3-7.5,
format long,
max(abs(y-yt))
```

yprim.m este fisierul functie care implementeaza in limbaj Matlab ecuatia diferentiala $y'=3*x^2$

```
function dy=yprim(x,y)
dy=3*x^2;
```

```
plot(x,y,'ko','x,yt','r-')
grid, text(2.5,50,'o -solutie numerica')
text(2.5,45,'- solutie teoretica'), ...
text(2.01,40,'Eroare absoluta: abs(y-yt)=4.263256414560601e-014'), ...
title(' Rezolvarea problemei Cauchy: yprim=3*x^2, y(2)=2.5')
```



2) SISTEME DE ECUATII DIFERENTIALE DE ORDINUL I CU CONDITII INITIALE

Un sistem de ecuatii diferentiale de ordinul **I** are forma generala:

$$\begin{aligned} y_1' &= f_1(y_1, y_2, \dots, y_n), \\ y_2' &= f_2(y_1, y_2, \dots, y_n), \\ &\dots \\ y_n' &= f_n(y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned}$$

unde **x** este variabila independenta iar **y1,y2,...,yn** sunt functiile necunoscute. Daca se adauga si conditiile initiale

$$\begin{aligned} y_1(x_0) &= y_{10}, \\ y_2(x_0) &= y_{20}, \\ &\dots \\ y_n(x_0) &= y_{n0} \end{aligned}$$

(necesare pentru determinarea constantelor de integrare) , atunci avem de rezolvat o **problema Cauchy**.

Pentru rezolvarea sistemelor de ecuatii diferentiale sunt folosite functiile **ODE23, ODE45,...**

Exemplul 2(Ex2.m):

Se rezolvă sistemul de ecuații diferențiale :

$$y'1 = y2 * y3$$

$$y'2 = -y1 * y3$$

$$y'3 = 0.51 * y1 * y3$$

cu condițiile inițiale

$$y1(1) = 0$$

$$y2(0) = 1$$

$$y3(0) = 1$$

în intervalul $[0,12]$. Se consideră ca $y1, y2$ și $y3$ sunt funcții de t

Se editează fișierul funcție **fEx2.m**

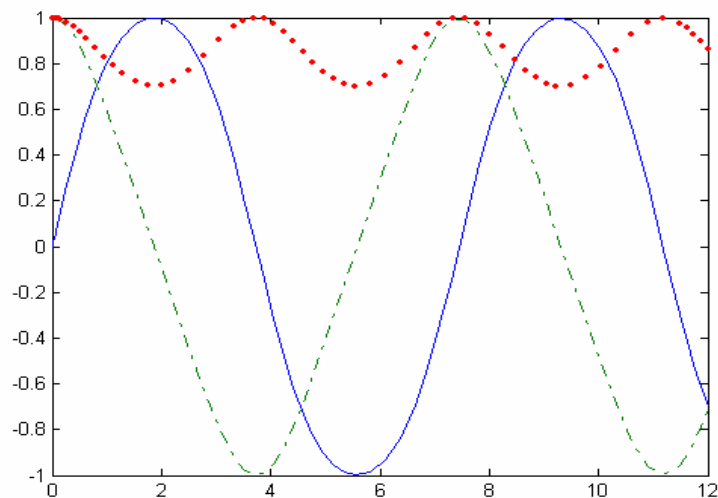
```
function dy = fEx2(t,y)
dy = zeros(3,1);
dy(1) = y(2) * y(3);
dy(2) = -y(1) * y(3);
dy(3) = -0.51 * y(1) * y(2);
```

Ex2.m

```
[T,Y] = ode45('lab13_1',[0 12],[0 1 1])
```

%Se desenează pe același grafic soluțiile $y1(t)$, $y2(t)$ și $y3(t)$ în funcție de t

```
plot(T,Y(:,1),'-',T,Y(:,2),'-.',T,Y(:,3),'-')
```



3) ECUATII DIFERENTIALE DE ORDIN SUPERIOR CU CONDITII INITIALE

O ecuație diferențială de ordin n cu condiții inițiale este de forma: $y^{(n)} = f(y^{(n-1)}, \dots, y', y, x)$, $y(x_0) = y_0$,

$y'(x_0) = y_01$, ..., $y^{(n-1)}(x_0) = y_0(n-1)$ (Problema Cauchy). Pentru rezolvarea sistemelor de ecuații diferențiale sunt folosite funcțiile **ODE23**, **ODE45** .

Exemplul 3: PENDUL SIMPLU. Ecuația diferențială de ordinul II a pendulului simplu este:

$y'' + g/l * \sin(y) = 0$. Edităm fișierul funcție **pendulsimplu.m**

```
function ypunct = pendulsimplu(t,y)
g = 9.81;
l = 1;
ypunct = zeros(2,1);
ypunct(1) = y(2);
ypunct(2) = -(g/l)*sin(y(1));
```

Program:

```
»g = 1;  
»l = 1;  
» [t,y] = ode23('pendulsimplu',[0 10],[1 0]);  
»plot(t,y), legend('Pozitia y','Viteza yprim'), xlabel('Timp t(s)');  
»pause  
»plot(y(:,1),y(:,2)), xlabel('y'), ylabel('yprim'), title('Planul fazelor');
```

