5. FELADATLAP **Görbék és felületek elmélete**

Felületek származtatása (henger-, kúp-, konoid- és forgásfelület)

1. Adjuk meg annak a hengernek az egyenletét, melynek alkotói párhuzamosak az $x-y=0$, $y-z=0$ egyenessel és az $xyz=1$, $y+z=3$ görbére támaszkodik!

2. Határozzuk meg annak a hengernek az egyenletét, amelyik a $(C):\ x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=4$ körre támaszkodik és alkotói párhuzamosak a $\vec{v}(1,2,-1)$ vektorral!

3. Határozzuk meg annak a hengernek az egyenletét, melynek alkotói merőlegesek a síkra és az $x^2-2y^2-z^2-9=0$, $z=3$ görbére támaszkodnak!

4. Írjuk fel azon hengerfelületek egyenleteit, amelyek alkotói párhuzamosak az Oz tengellyel, vezérgörbéik pedig

a) az $\begin{cases} x^2+y^2-3x+2y-1=0 \\ z=0 \end{cases}$ kör

b) az $\begin{cases} x^2-x+2y-1=0 \\ z=0 \end{cases}$ parabola.

5. Egy változó (G) egyenes a térben végig párhuzamos marad a $(e): x=y=z$ egyenessel úgy, hogy távolsága az $A(3,0,0)$ fix ponttól nem változik. Határozzuk meg a (G) egyenes által generált felület egyenletét.

6. Határozzuk meg annak a hengerfelületnek az egyenletét, amelynek alkotója párhuzamos az e: $x-3z=0$, $y+2z=0$ egyenessel és érinti a $4x^2+3y^2+2z^2-1=0$ felületet!

8. Határozzuk meg annak a kúpnak az egyenletét, melynek csúcspontja $V(1,1,1)$ és alkotói a $(C):\ (x^2+y^2)^2-xy=0$, $z=0$ görbére támaszkodnak!

9. Határozzuk meg annak a $V(0,0,0)$ csúcspontú kúpnak az egyenletét, amelyik a (C) : $x=a\cos t$, $y=a\sin t, z=kt$ görbére támaszkodik!

10. Határozzuk meg az origóból az $(x-5)^2+y^2+z^2=16$ egyenletű gömbhöz húzott érintők mértani helyét!

11. Egy $r=1$ sugarú körlapnak, amelyik párhuzamos az yOz síkkal a középpontja az (1,0,2) pontban van. A $P(0,0,3)$ pontban elhelyezünk egy fényforrást. Határozzuk meg a körlap xOy síkra eső árnyékát!

12. Igazoljuk, hogy annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy másodrendű kúpfelületnek az Ox, Oy és az Oz tengelyek alkotói legyenek az, hogy az x^2, y^2 és z^2 tagok együtthatói legyenek nullák.

13. Határozzuk meg annak a kúpfelületnek az egyenletét, amelynek alkotói az Ox, Oy és Oz tengelyek és áthalad a $P_1(1,2,1)$ valamint a $P_2(-2,1,2)$ pontokon.

14. Határozzuk meg azt a konoidfelületet, amelynek alkotói párhuzamosak az y = z síkkal és metszik a $d_1: x=0, y+z=0$ és $d_2: y+z-2=0, x-2y+2=0$ egyeneseket!

15. Határozzuk meg annak a felületnek az egyenletét, melyet az xOy síkkal párhuzamos, az Oz tengelyre és az $y=p, z=ax^2+bx+c$ parabolára támaszkodó egyenesek származtatnak!

16. Határozzuk meg azt a konoidfelületet, amelynek alkotói merőlegesek az Oz tengelyre, metszik az $x = a\cos t, y = a\sin t, z = kt$ csavarvonalat és az Oz tengelyt!

17. Egy változó egyenes az alábbi egyenesekre támaszkodik: $d_1 : x - z = 0, y - 1 = 0$; $d_2 : x - y = 0, z + 1 = 0$; $d_3 : x + y = 0, z - 1 = 0$. Írjuk fel a generált felület egyenletét!

18. Határozzuk meg azt a konoidfelületet, amelyet egy olyan Δ egyenes származtat, amely támaszkodik egy d egyenesre és egy olyan $\mathcal{C}$ körre, amely a a d egyenessel párhuzamos α síkban található, miközben párhuzamos marad egy a d egyenesre merőleges síkkal.

19. Határozzuk meg annak a forgásfelületnek az egyenletét, melyet az $y = \sin x$, $z = 0$ görbének az Ox tengely körüli forgatásával nyerünk!

20. Határozzuk meg annak a forgásfelületnek az egyenletét, melyet a $z = 0$, $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ asztroidának az Oy tengely kölüli forgatásával nyerünk!

21. Határozzuk meg az $(E) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$, $z = 0$ ellipszisnek az Ox tengely körül való forgatásával kapott felület egyenletét!

22. Határozzuk meg annak a forgásfelületnek az egyenletét, melyet a $d : x = y = z$ egyenes Oz tengely körüli forgatásával kapunk!

23. Határozzuk meg annak a forgási hengernek az egyenletét, amely áthalad az origón és a tengelyének egyenlete: $d : 2x - z - 2 = 0$, $x - 2y - z - 3 = 0$.

24. Egy xOz síkban levő kört megforgatunk az Oz tengely körül. Határozzuk meg a kapott forgásfelület (tórusz) egyenletét!