LISTA 4

1) Să se determine rangurile următoarelor matrici:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & \dots & a_m \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_m^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \dots & a_m^{n-1} \end{pmatrix}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$ şi $a_1, a_2, \dots, a_m \in \mathbb{R}$ distincte);

e) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \\ \alpha & 3 & 5 & -3 \\ 7 & -5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ($\alpha \in \mathbb{R}$); f) $\begin{pmatrix} 2 & \alpha & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 2\alpha & 5 \\ 2 & 10 & -12 & 1 \end{pmatrix}$ ($\alpha \in \mathbb{C}$).

2) Să se rezolve, folosind teorema lui Rouché, sistemele de ecuaţii:

a) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$ (în $\mathbb{R}^3$); b) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$ (în $\mathbb{R}^4$);

c) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$ (în $\mathbb{R}^3$).

3) Folosind teorema lui Rouché, să se discute după parametrii reali α, β, γ, λ compatibilitatea sistemelor de mai jos, apoi să se rezolve:

a) $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \alpha \end{cases}$, *b)* $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \\ \alpha x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} \alpha x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \alpha x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 1 \end{cases}$, *d)* $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 = \lambda \\ \alpha^2 x_1 + \beta^2 x_2 + \gamma^2 x_3 = \lambda^2 \end{cases}$.