LISTA 11

1) Să se rezolve, folosind metoda lui Gauss, sistemele de ecuaţii:

$$\text{a)}\begin{cases} x_1+x_2+2x_3=-1 \\ 2x_1-x_2+2x_3=-4 \text{ (în } \mathbb{R}^3); \\ 4x_1+x_2+4x_3=-2 \end{cases} \quad \text{b)}\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3 \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7 \text{ (în } \mathbb{R}^4); \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13 \end{cases}$$

$$\text{c)}\begin{cases} x_1+x_2-3x_3=-1 \\ 2x_1+x_2-2x_3=1 \\ x_1+x_2+x_3=3 \\ x_1+2x_2-3x_3=1 \end{cases} \quad (\text{în } \mathbb{R}^3).$$

2) Folosind metoda lui Gauss, să se discute după parametrii reali $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \lambda$ compatibilitatea sistemelor de mai jos, apoi să se rezolve:

$$a)\begin{cases} 5x_1-3x_2+2x_3+4x_4=3 \\ 4x_1-2x_2+3x_3+7x_4=1 \\ 8x_1-6x_2-x_3-5x_4=9 \\ 7x_1-3x_2+7x_3+17x_4=\alpha \end{cases},\ b)\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3+4x_4=5 \\ 4x_1-2x_2+5x_3+6x_4=7 \\ 6x_1-3x_2+7x_3+8x_4=9 \\ \alpha x_1-4x_2+9x_3+10x_4=11 \end{cases};$$

$$c)\begin{cases} \alpha x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+\alpha x_2+x_3=1 \\ x_1+x_2+\alpha x_3=1 \end{cases},\ d)\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1 \\ \alpha x_1+\beta x_2+\gamma x_3=\lambda \\ \alpha^2 x_1+\beta^2 x_2+\gamma^2 x_3=\lambda^2 \end{cases}.$$

3) Să se rezolve, folosind transformări elementare, umătoarele ecuaţii matriceale:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; b) $X \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

c) $X \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$;

e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;

g) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; h) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

i) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; j) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;

k) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = I_4.$