Examen algebră, 24.01.2012

1. a) Definiţi noţiunile şi daţi câte un exemplu din fiecare: funcţie injectivă, bază a unui spaţiu vectorial, valoare proprie.

b) Enunţaţi teorema de corespondenţă relaţiile de echivalenţă cu partiţiile.

c) Demonstraţi că un sistem de vectori $(v_1, v_2, ..., v_n)^t$ este liniar dependent dacă şi numai dacă cel puţin unul dintre ei se scrie ca şi o combinaţie liniară a celorlalţi.

2. a) Definiţi nucleul unei aplicaţii liniare şi arătaţi este un subspaţiu al domeniului acelei aplicaţii.

b) Determinaţi inversa matricei

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

cu transformări elementare.

3. Se dă $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1+2x_2-x_3, -x_1+x_2+2x_3, x_1+5x_2)$

a) Să se arate că $f \in End_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$

b) Să se determine $rang(f)$ şi $def(f)f$ şi câte o bază în $Im\, f$ şi $Ker\, f$

c) Să se arate că $b = (b_1, b_2, b_3)^t$ este o bază în $\mathbb{R}^3$ unde $b_1 = (1, 2, 1), b_2 = (1, 1, 1), b_3 = (1, 1, 0)$ şi să se determine $[f]_{ee}, [f]_{be}$.

Examen algebră, 24.01.2012

1. a) Definiţi noţiunile şi daţi câte un exemplu din fiecare: funcţie injectivă, bază a unui spaţiu vectorial, valoare proprie.

b) Enunţaţi teorema de corespondenţă relaţiile de echivalenţă cu partiţiile.

c) Demonstraţi că un sistem de vectori $(v_1, v_2, ..., v_n)^t$ este liniar dependent dacă şi numai dacă cel puţin unul dintre ei se scrie ca şi o combinaţie liniară a celorlalţi.

2. a) Definiţi nucleul unei aplicaţii liniare şi arătaţi este un subspaţiu al domeniului acelei aplicaţii.

b) Determinaţi inversa matricei

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

cu transformări elementare.

3. Se dă $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1+2x_2-x_3, -x_1+x_2+2x_3, x_1+5x_2)$

a) Să se arate că $f \in End_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$

b) Să se determine $rang(f)$ şi $def(f)f$ şi câte o bază în $Im\, f$ şi $Ker\, f$

c) Să se arate că $b = (b_1, b_2, b_3)^t$ este o bază în $\mathbb{R}^3$ unde $b_1 = (1, 2, 1), b_2 = (1, 1, 1), b_3 = (1, 1, 0)$ şi să se determine $[f]_{ee}, [f]_{be}$.

Examen algebră, 24.01.2012

1. a) Definiţi noţiunile şi daţi câte un exemplu din fiecare: funcţie injectivă, bază a unui spaţiu vectorial, valoare proprie.

b) Enunţaţi teorema de corespondenţă relaţiile de echivalenţă cu partiţiile.

c) Demonstraţi că un sistem de vectori $(v_1, v_2, ..., v_n)^t$ este liniar dependent dacă şi numai dacă cel puţin unul dintre ei se scrie ca şi o combinaţie liniară a celorlalţi.

2. a) Definiţi nucleul unei aplicaţii liniare şi arătaţi este un subspaţiu al domeniului acelei aplicaţii.

b) Determinaţi inversa matricei

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

cu transformări elementare.

3. Se dă $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3, -x_1 + x_2 + 2x_3, x_1 + 5x_2)$

a) Să se arate că $f \in End_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$

b) Să se determine $rang(f)$ şi $def(f)f$ şi câte o bază în $Im\, f$ şi $Ker\, f$

c) Să se arate că $b = (b_1, b_2, b_3)^t$ este o bază în $\mathbb{R}^3$ unde $b_1 = (1, 2, 1), b_2 = (1, 1, 1), b_3 = (1, 1, 0)$ şi să se determine $[f]_{ee}, [f]_{be}$.

Examen algebră, 24.01.2012

1. a) Definiţi noţiunile şi daţi câte un exemplu din fiecare: funcţie injectivă, bază a unui spaţiu vectorial, valoare proprie.

b) Enunţaţi teorema de corespondenţă relaţiile de echivalenţă cu partiţiile.

c) Demonstraţi că un sistem de vectori $(v_1, v_2, ..., v_n)^t$ este liniar dependent dacă şi numai dacă cel puţin unul dintre ei se scrie ca şi o combinaţie liniară a celorlalţi.

2. a) Definiţi nucleul unei aplicaţii liniare şi arătaţi este un subspaţiu al domeniului acelei aplicaţii.

b) Determinaţi inversa matricei

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

cu transformări elementare.

3. Se dă $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3, -x_1 + x_2 + 2x_3, x_1 + 5x_2)$

a) Să se arate că $f \in End_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^3)$

b) Să se determine $rang(f)$ şi $def(f)f$ şi câte o bază în $Im\, f$ şi $Ker\, f$

c) Să se arate că $b = (b_1, b_2, b_3)^t$ este o bază în $\mathbb{R}^3$ unde $b_1 = (1, 2, 1), b_2 = (1, 1, 1), b_3 = (1, 1, 0)$ şi să se determine $[f]_{ee}, [f]_{be}$.