

Calcul numeric

Obiectivul și structura cursului

Radu Trîmbițaș

UBB

26 februarie 2020

Prezentare

- MATLAB - platforma curenta pentru rezolvarea laboratoarelor și a problemelor practice
- Alternative la MATLAB: Octave sau SciLab
- Maple - pentru probleme teoretice, rezolvări teste pe parcurs sau testul final
- Alternative la Maple: MuPAD sau Maxima
- Termen de predarea laboratoarelor: doua săptămâni (dacă nu se specifică explicit alt termen)

- Radu Trîmbițaș - Numerical Analysis in MATLAB, Presa Universitară Clujeană, 2010
- Radu Trîmbițaș - Analiză numerică. O introducere bazată pe MATLAB, Presa Universitară Clujeană, 2005
- A se vedea și pagina de web

1 Formula lui Taylor

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor
 - 1 metoda celor mai mici pătrate

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor
 - 1 metoda celor mai mici pătrate
 - 2 interpolare polinomială

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor
 - 1 metoda celor mai mici pătrate
 - 2 interpolare polinomială
 - 3 interpolare spline

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor
 - 1 metoda celor mai mici pătrate
 - 2 interpolare polinomială
 - 3 interpolare spline
- 5 Derivare și integrare numerică

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor
 - 1 metoda celor mai mici pătrate
 - 2 interpolare polinomială
 - 3 interpolare spline
- 5 Derivare și integrare numerică
- 6 Ecuații neliniare

Structura cursului

- 1 Formula lui Taylor
- 2 Teoria erorilor și aritmetică în virgulă flotantă
- 3 Sisteme de ecuații liniare
 - 1 metode directe
 - 2 metode iterative
- 4 Aproximarea funcțiilor
 - 1 metoda celor mai mici pătrate
 - 2 interpolare polinomială
 - 3 interpolare spline
- 5 Derivare și integrare numerică
- 6 Ecuații neliniare
- 7 Ecuații diferențiale

Ce este Analiza numerică? I

Lloyd N. Trefethen a propus următoarea definiție a Analizei numerice:
Analiza numerică este studiul algoritmilor pentru rezolvarea problemelor matematicii continue.

- Cuvântul cheie este acela de *algoritmi*. Deși foarte multe lucrări *nu* evidențiază acest lucru, în centrul atenției Analizei numerice stau proiectarea și analiza algoritmilor de rezolvare a unei anumite clase de probleme.
- Problemele sunt cele din *matematica continuă*. „Continuă” înseamnă aici faptul că variabilele ce intervin aici sunt reale sau complexe; opusul lui continuu este discret. Pe scurt, am putea spune că Analiza numerică este Algoritmă continuă, în contrast cu Algoritmica clasică, care este Algoritmă discretă.

Ce este Analiza numerică? II

- Este clar că deoarece numerele reale și complexe nu pot fi reprezentate exact în calculator, ele trebuie să fie approximate printr-o reprezentare finită. Din acest moment intervin **erorile de rotunjire** și iar este clar că studiul lor este unul din obiectivele importante ale Analizei numerice. Au existat și mai există încă opinii care susțin că acesta este cel mai important obiectiv. Un argument în sprijinul acestei idei, înafară de omniprezența erorilor, este dat de metodele exacte de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare, cum ar fi eliminarea gaussiană.
- Dar, **cele mai multe probleme ale matematicii continue nu pot fi rezolvate prin algoritmi așa-ziși finiți**, chiar presupunând prin absurd că am lucra în aritmetică cu precizie infinită. Un prim exemplu care se poate da aici este problema rezolvării unei ecuații polinomiale. Acest lucru se evidențiază la problemele de valori și vectori proprii, dar apare în orice problemă ce presupune termeni neliniari sau derivate –


Ce este Analiza numerică? III

determinarea zerourilor, cuadraturi, ecuații diferențiale și integrale, optimizare ș.a.m.d.

- Chiar dacă erorile de rotunjire ar dispărea, Analiza numerică ar rămâne.
- Aproximarea numerelor, obiectivul aritmeticii în virgulă flotantă, este un subiect dificil și obositor.
- Un obiectiv mai profund al Analizei numerice este aproximarea necunoscutelelor, nu a cantităților cunoscute.
- Scopul este convergența rapidă a aproximațiilor și mândria specialiștilor din acest domeniu este aceea că, pentru multe probleme s-au inventat algoritmi care converg extrem de rapid. Dezvoltarea pachetelor de calcul simbolic a micșorat importanța erorilor de rotunjire, fără a micșora importanța vitezei de convergență a algoritmilor.

Ce este Analiza numerică? IV

- Definiția de mai sus nu surprinde câteva aspecte importante: că acești algoritmi sunt implementați pe calculatoare, a căror arhitectură poate fi o parte importantă a problemei; că fiabilitatea și eficiența sunt obiective supreme; că anumiți specialiști în analiza numerică scriu programe și alții demonstrează teoreme¹; și lucrul cel mai important, că toată munca este *aplicată*, aplicată cu succes la mii de aplicații, pe milioane de computere din toată lumea.
- „Problemele matematicii continue” sunt problemele pe care știința și ingineria sunt construite; fără metode numerice, știința și ingineria, așa cum sunt ele practicate astăzi ar ajunge repede în impas. Ele sunt de asemenea problemele care au preocupat cei mai mulți matematicieni de la Newton până azi. La fel ca și cei ce se ocupă de matematica pură, specialiștii în Analiza numerică sunt moștenitorii marii tradiții a lui Euler, Lagrange, Gauss și a altor mari matematicieni.

¹există mulți specialiști foarte buni care le fac pe amândouă 



Acad. Profesor Tiberiu Popoviciu
(1906-1975)



Acad. Profesor Dimitrie D. Stancu
(1927-2014)



Lloyd N. Trefethen - The Definition of Numerical Analysis, *SIAM News* (1992), no. 3, 1–5.